WWW.CSKOLLAM.COM

3053

March 2013

Reg. No. : ....

Name : ....

(For Scheme I Candidates Only)

Second Year Higher Secondary Examination

Part – III

MATHEMATICS (COMMERCE)

Maximum : 80 Scores

Time : 2½ Hours
Cool off time : 15 Minutes

General Instructions to Candidates :

- There is a 'cool off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- You are not allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool off time'.
- Use the 'cool off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- All questions are compulsory and only internal choice is allowed.
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

നിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയ വിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം എഴുതണം.
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്തു കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യ നമ്പരിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തര പേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

WWW.CSKOLLAM.COM

1. i) What are the different possible orders of matrices having 12 elements ? **(1)**

   ii) Write a matrix A of 3 rows and 4 columns in which the $(i, j)^{th}$ element is $2i + 3j$. **(2)**

   iii) Find a matrix B such that

$$A + 2B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$ **(2)**

2. i) Let $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$. Find A^2. **(1)**

   ii) If $A^2 = I_2$ then prove that $d = \pm a$. **(2)**

   iii) Further if $b \neq 0$ or $c \neq 0$, then prove that $d = -a$. **(2)**

3. i) The function $f : R \to IR$ given by $f(x) = 3x - 1$ is **(1)**

   a) One-one only

   b) Onto only

   c) One-one and onto

   d) Neither one-one nor onto

   ii) If $g(x) = x^2 + 1$, then find $g \circ f$, $f \circ g$ and $f \circ f$. **(3)**

1. i) 12 എലമെന്റുകളുള്ള ഒരു മാട്രിക്സിന് വ്യത്യസ്തങ്ങളായ ഓർഡറുകൾ ഏതെല്ലാം ? **(1)**

   ii) 3 റോകളും 4 കോളങ്ങളുമുള്ള മാട്രിക്സ് A യുടെ $(i, j)^{th}$ എലമെന്റ് $2i + 3j$ ആണ്. എങ്കിൽ മാട്രിക്സ് A എഴുതുക. **(2)**

   iii) $A + 2B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$

   ആകും വിധത്തിലുള്ള B കാണുക. **(2)**

2. i) $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ആയാൽ A^2 കാണുക. **(1)**

   ii) $A^2 = I_2$ ആയാൽ $d = \pm a$ എന്നു തെളിയിക്കുക. **(2)**

   iii) കൂടാതെ $b \neq 0$ അല്ലെങ്കിൽ $c \neq 0$, ആയാൽ $d = -a$ എന്നും തെളിയിക്കുക. **(2)**

3. i) $f : R \to IR$ എന്ന ഫങ്ഷൻ $f(x) = 3x - 1$ എന്നു തന്നിട്ടുണ്ട്. ഇത് **(1)**

   a) 1-1 മാത്രം

   b) ഓൺടു മാത്രം

   c) 1-1, ഓൺടു രണ്ടുമാണ്

   d) 1-1, ഓൺടു രണ്ടുമല്ല

   ii) $g(x) = x^2 + 1$ ആയാൽ $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ എന്നിവ കാണുക. **(3)**

4. Consider the function

$$f(x)=\begin{cases}3x+1, & 0\le x\le 1\\ x+a & 1<x<2\\ 2x+b & 2\le x\le 3\end{cases}$$

i) Find f(1–) and f(1+). **(1)**

ii) Find a if f is continuous at x = 1. **(1)**

iii) Find b if f is continuous on [0, 3]. **(2)**

5. Find $\frac{dy}{dx}$ where

i) $y=\sqrt{\frac{x+1}{x^3+1}}$; $x>-1$. **(2)**

ii) $y=\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$. **(2)**

iii) $x^2+y^2+xy(x+y)=0$. **(2)**

OR

i) $x=1+\sin^2 t,\ y=\sin t-\cos t$. **(2)**

ii) $y=(\sin x)^x$; $0<x<\pi$. **(2)**

iii) $y=\sin(\cos x)+\cos(\sin x)$. **(2)**

6. i) Solve $\begin{vmatrix}x & 2 & 5\\ 4 & x & 6\\ 1 & 0 & 1\end{vmatrix}=0$. **(2)**

ii) Show that **(3)**

$$\begin{vmatrix}a+bx & c-dx & e+fx\\ ax+b & cx+d & ex+f\\ p & q & r\end{vmatrix}=(1-x^2)\begin{vmatrix}a & c & e\\ b & d & f\\ p & q & r\end{vmatrix}$$

4. $f(x)=\begin{cases}3x+1, & 0\le x\le 1\\ x+a & 1<x<2\\ 2x+b & 2\le x\le 3\end{cases}$

എന്ന ഫങ്ഷൻ പരിഗണിക്കുക.

i) f(1–), f(1+) എന്നിവ കാണുക. **(1)**

ii) x = 1 ൽ f കൺടിന്യുവസ് ആയാൽ a കാണുക. **(1)**

iii) [0, 3] -ൽ f കൺടിന്യുവസ് ആയാൽ b കാണുക. **(2)**

5. $\frac{dy}{dx}$ കാണുക.

i) $y=\sqrt{\frac{x+1}{x^3+1}}$; $x>-1$. **(2)**

ii) $y=\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$. **(2)**

iii) $x^2+y^2+xy(x+y)=0$. **(2)**

അല്ലെങ്കിൽ

i) $x=1+\sin^2 t,\ y=\sin t-\cos t$. **(2)**

ii) $y=(\sin x)^x$; $0<x<\pi$. **(2)**

iii) $y=\sin(\cos x)+\cos(\sin x)$. **(2)**

6. i) $\begin{vmatrix}x & 2 & 5\\ 4 & x & 6\\ 1 & 0 & 1\end{vmatrix}=0$ സോൾവ് ചെയ്യുക. **(2)**

ii)

$$\begin{vmatrix}a+bx & c+dx & e+fx\\ ax+b & cx+d & ex+f\\ p & q & r\end{vmatrix}=(1-x^2)\begin{vmatrix}a & c & e\\ b & d & f\\ p & q & r\end{vmatrix}$$

എന്നു തെളിയിക്കുക. **(3)**

7. i) Evaluate $\cos^{-1}\cos\left(5\frac{\pi}{3}\right)$. **(1)**

ii) Show that

$$\cos^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = 2\tan^{-1}\sqrt{x}$$

where $x \in [0, 1]$. **(3)**

8. i) Find the unit vector in the direction of $3\hat{i} + 4\hat{j} + 12\hat{k}$. **(1)**

ii) Find the angle between the vectors $3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ and $\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$. **(2)**

iii) Two sides of a triangle are represented by the vectors $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ and $\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$. Find a vector that may represent the third side. Also find the area of the triangle. **(3)**

9. i) Find $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 8}$. **(3)**

ii) Evaluate $\int_{-1}^{1} x^2\sqrt{1+x^3}\,dx$. **(2)**

OR

i) Evaluate $\int_0^1 x \cdot e^{x^2} dx$. **(2)**

ii) Find $\int \frac{\sin x}{\sin(x-a)}\,dx$. **(3)**

7. i) $\cos^{-1}\cos\left(5\frac{\pi}{3}\right)$ കാണുക. **(1)**

ii) $x \in [0, 1]$ ആയാൽ

$$\cos^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = 2\tan^{-1}\sqrt{x}$$

എന്നു തെളിയിക്കുക. **(3)**

8. i) $3\hat{i} + 4\hat{j} + 12\hat{k}$ എന്ന വെക്ടറിന്റെ ദിശയിലുള്ള യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കാണുക. **(1)**

ii) $3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, $\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾക്കിട യിലെ ആംഗിൾ കാണുക. **(2)**

iii) $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങളെ പ്രതി നിധീകരിക്കുന്നു. ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നാമത്തെ വശം തരുന്ന വെക്ടർ കാണുക. ത്രികോണത്തിന്റെ ഏരിയയും കണക്കാക്കുക. **(3)**

9. i) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 8}$ കാണുക. **(3)**

ii) $\int_{-1}^{1} x^2\sqrt{1+x^3}\,dx$ ന്റെ വില കാണുക. **(2)**

അല്ലെങ്കിൽ

i) $\int_0^1 x \cdot e^{x^2} dx$ ന്റെവില കാണുക. **(2)**

ii) $\int \frac{\sin x}{\sin(x-a)}\,dx$ കാണുക. **(3)**

10\. i) In which interval is the function $f(x) = 5x^2 - 11x + 2$ decreasing ? (1)

a) $(-\infty, 1.5)$

b) $(-\infty, 2)$

c) $(1.1, 2)$

d) $(0, 1)$

ii) Find the x-co-ordinate of the point on the curve $y = x^2 - 3x + 1$ where the tangent is parallel to the line $y = x$. (1)

iii) Prove that the product of two numbers having a given sum is the maximum when the two numbers are equal. (3)

OR

A tour operator charge Rs. 136 per passengers upto 100 passengers and allows a discount of Rs. 4 for each 10 passengers in excess of 100. Assume that the number of passengers, x, is more than 100.

i) Write the amount charged for one passenger as a function of x. (1)

ii) Write the total revenue the tour operator makes as a function of x. (1)

iii) Determine the number of passengers making the revenue a maximum for the tour operator. (3)

10\. i) $f(x) = 5x^2 - 11x + 2$ എന്ന ഫങ്ഷൻ ഡിക്രീസിംഗ് ആകുന്നത് ഏത് ഇന്റർവെല്ലിലാണ് ? (1)

a) $(-\infty, 1.5)$

b) $(-\infty, 2)$

c) $(1.1, 2)$

d) $(0, 1)$

ii) $y = x^2 - 3x + 1$ എന്ന കർവിലെ ഏതു ബിന്ദുവിലാണ് അതിന്റെ സ്പർശ രേഖ $y = x$ എന്ന രേഖക്ക് സമാന്തരമാകുന്നത് ? (1)

iii) തുക തന്നിട്ടുള്ള രണ്ടു സംഖ്യ കളുടെ ഗുണനഫലം മാക്സിമം ആകുന്നത് ആ രണ്ടു സംഖ്യകളും തുല്യമാകുമ്പോഴാണെന്നു തെളിയിക്കുക. (3)

അല്ലെങ്കിൽ

ഒരു ടൂറിന് 100 യാത്രക്കാർ വരെ യാണെങ്കിൽ ആളൊന്നിന് 136 രൂപയും 100 ൽ കൂടുതൽ യാത്രക്കാരുള്ളപ്പോൾ അധികമായി വരുന്ന ഓരോ 10 പേർക്കും 4 രൂപ കുറവായ നിരക്കി ലുമാണ് ഒരു ടൂർ ഓപ്പറേറ്റർ ചാർജ് ഈടാക്കുന്നത്. യാത്രക്കാരുടെ എണ്ണം, x, 100 ൽ കൂടുതലാണെന്നു കരുതുക.

i) ഒരു യാത്രക്കാരനു വരുന്ന ചാർജ് x-ന്റെ ഫങ്ഷനായി എഴുതുക. (1)

ii) ടൂർ ഓപ്പറേറ്റർക്ക് ലഭിക്കുന്ന മൊത്തം വരുമാനം x-ന്റെ ഫങ്ഷനായി എഴുതുക. (1)

iii) ടൂർ ഓപ്പറേറ്ററുടെ മൊത്ത വരുമാനം മാക്സിമം ആവാൻ വേണ്ടതായ യാത്രക്കാരുടെ എണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

11\. i) Find the area bounded by the curve $y = (x - 1)(3 - x)$ between the points where it crosses the x-axis. **(2)**

ii) Find the area enclosed between the curves $y = x$ and $y = x^2$. **(2)**

12\. i) Find the degree and order of the differential equation

$$\left(1+\frac{dy}{dx}\right)^{1/2} = \left(2+\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{1/3}.$$ **(1)**

ii) Find the integrating factor of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} + xy = x^3.$$ **(1)**

iii) Solve :
$(1 + y^2)dx + (1 + x^2)dy = 0$. **(2)**

13\. i) Find the direction cosine of the line passing through the points $(1, 3, -1)$ and $(3, 0, 5)$. **(1)**

ii) Write the Cartesian equation of the line having vector equation $\bar{r} = (2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$. **(1)**

iii) Find the equation of the plane making 1, 2 and 3 as intercepts on the co-ordinate axes X, Y and Z respectively. **(3)**

11\. i) $y = (x - 1)(3 - x)$ എന്ന കർവ് X-ആക്സിസിനെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിൽ വരുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ ഏരിയ കാണുക. **(2)**

ii) $y = x$, $y = x^2$ എന്നീ കർവുകൾക്കിടയിൽ വരുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ ഏരിയ കാണുക. **(2)**

12\. i) $\left(1+\frac{dy}{dx}\right)^{1/2} = \left(2+\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{1/3}$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ ഡിഗ്രിയും ഓർഡറും കാണുക. **(1)**

ii) $\frac{dy}{dx} + xy = x^3$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ ഇന്റഗ്രേറ്റിംങ് ഫാക്റ്റർ കാണുക. **(1)**

iii) $(1 + y^2)dx + (1 + x^2)dy = 0$ സോൾവ് ചെയ്യുക. **(2)**

13\. i) $(1, 3, -1)$, $(3, 0, 5)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നു പോകുന്ന രേഖയുടെ ഡയറക്ഷൻ കൊസൈൻ കാണുക. **(1)**

ii) $\bar{r} = (2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$ എന്ന വെക്ടർ ഇക്വേഷനുള്ള രേഖയുടെ കാർട്ടേഷ്യൻ ഇക്വേഷൻ എഴുതുക. **(1)**

iii) X, Y, Z എന്നീ ആക്സിസുകളിൽ യഥാക്രമം 1, 2, 3 എന്ന ഇന്റർസെപ്റ്റുകളുണ്ടാക്കുന്ന പ്ലെയിനിന്റെ ഇക്വേഷൻ കാണുക. **(3)**

14. Solve graphically the linear inequalities $3x + 5y \leq 15$, $5x + 2y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$. **(2)**

If $z = 5x + 3y$ is the corresponding objective function, find its maximum value. **(2)**

15. Two machines A and B produce two grades of plywood, grade I and grade II. Machine A can produce 2 units of grade I and one unit of grade II plywood in 1 hour. While machine B can produce respectively 3 units and 4 units in 1 hour. The requirement of these plywoods are at least 14 units of grade I and 12 units of grade II. The cost of running these machines are Rs. 6,000 per hour for machine A and Rs. 9,000 per hour for machine B. Suppose the cost of running the machines be made a minimum.

i) Write the objective function. **(1)**

ii) Formulate the problem. **(3)**

16. i) For the events A and B, given that $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}$ and $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$. Find $P(A \cap B)$. **(1)**

14. $3x + 5y \leq 15$, $5x + 2y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ എന്ന ലീനിയർ ഇനീക്വാലിറ്റികളെ ഗ്രാഫുപയോഗിച്ച് സോൾവ് ചെയ്യുക. **(2)**
ഇതിന്റെ ഒബ്ജക്ടീവ് ഫങ്ഷൻ $z = 5x + 3y$ എന്നതിന്റെ മാക്സിമം വില കാണുക. **(2)**

15. A, B എന്ന രണ്ടു മെഷീനുകൾ I, II എന്നീ രണ്ടു ഗ്രേഡുകളിലുള്ള പ്ലൈവുഡുകൾ നിർമ്മിക്കാനുപയോഗിക്കുന്നു. മെഷീൻ A ഒരു മണിക്കൂറിൽ ഗ്രേഡ് I ന്റെ 2 യൂണിറ്റും ഗ്രേഡ് II ന്റെ 1 യൂണിറ്റും നിർമ്മിക്കും. മെഷീൻ B ഒരു മണിക്കൂറിൽ ഗ്രേഡ് I ന്റെ 3 യൂണിറ്റും ഗ്രേഡ് II ന്റെ 4 യൂണിറ്റും നിർമ്മിക്കും. ഗ്രേഡ് I ന്റെ 14 യൂണിറ്റും ഗ്രേഡ് II ന്റെ 12 യൂണിറ്റും പ്ലൈവുഡുകളെങ്കിലും ആവശ്യമായി വന്നിട്ടുണ്ട്. മെഷീൻ A ഒരു മണിക്കൂർ പ്രവർത്തിപ്പിക്കാനുള്ള ചെലവ് 6,000 രൂപയും മെഷീൻ B യുടെത് 9,000 രൂപയുമാണ്. പ്രവർത്തന ചെലവ് മിനിമം ആക്കാനുതകുന്ന തരത്തിൽ

i) ഒബ്ജക്ടീവ് ഫങ്ഷൻ എഴുതുക. **(1)**

ii) ഈ പ്രശ്നം ഫോർമുലേറ്റ് ചെയ്യുക. **(3)**

16. i) A, B എന്ന രണ്ടു ഇവന്റുകൾക്ക് $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}, P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ ആയാൽ $P(A \cap B)$ കാണുക. **(1)**

WWW.CSKOLLAM.COM

ii) There are two boxes A and B containing balls. A contains 3 white and 4 black balls. B contains 5 white and 6 black balls. A ball is randomly taken from box A and is put in box B. Then a ball is taken from box B. It is found to be white. Find the probability that a black ball was transferred from box A. **(4)**

17. The table gives the probability distribution of a random variable X.

x	1	2	3	4	5
P(X = x)	0.1	0.2	p	0.3	0.04

i) Find p. **(1)**

ii) Find the probabilities $P(X \leq 3)$ and $P(X \geq 2)$. **(3)**

iii) Find the mean of the random variable X. **(1)**

ii) പന്തുകൾ ഇട്ടിട്ടുള്ള A, B എന്ന രണ്ടു പെട്ടികളുണ്ട്. A യിൽ 3 വെള്ളയും 4 കറുപ്പും പന്തുകളുണ്ട്. B യിൽ 5 വെള്ളയും 6 കറുപ്പും പന്തുകളുണ്ട്. A യിൽ നിന്ന് റാൻഡമായി ഒരു പന്ത് എടുത്ത് B യിൽ ഇടുന്നു. പിന്നീട് B യിൽ നിന്ന് റാൻഡമായി ഒരു പന്തെടുക്കുന്നു. B യിൽ നിന്നെടുത്തത് വെളുത്ത പന്താണെങ്കിൽ A യിൽ നിന്ന് B യിലേക്ക് മാറ്റിയത് കറുത്ത പന്താവാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കാണുക. **(4)**

17. X എന്ന റാൻഡം വേര്യബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ പട്ടികയിൽ തന്നിട്ടുണ്ട്.

x	1	2	3	4	5
P(X = x)	0.1	0.2	p	0.3	0.04

i) p കാണുക. **(1)**

ii) $P(X \leq 3)$, $P(X \geq 2)$ എന്നീ പ്രോബബിലിറ്റികൾ കാണുക. **(3)**

iii) X എന്ന റാൻഡം വേര്യബിളിന്റെ മീൻ കാണുക. **(1)**