

А.Г. МОРДКОВИЧ, Е.Е. ТУЛЬЧИНСКАЯ

АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

10-

11

КЛАССЫ



А. Г. МОРДКОВИЧ, Е. Е. ТУЛЬЧИНСКАЯ

АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА

10 – 11

к л а с с ы

**КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ
для общеобразовательных учреждений**

2-е издание



Москва 2003

УДК 373.167.1:[512 + 517.1]
ББК 22.141я721 + 22.161я721
М 79

Мордкович А. Г., Тульчинская Е. Е.

М 79 Алгебра и начала анализа. 10—11 кл.: Контрольные работы для общеобразоват. учреждений. — 2-е изд. — М.: Мнемозина, 2003. — 62 с.

ISBN 5-346-00175-1

Пособие содержит примерное поурочное планирование и четыре варианта контрольных работ для изучения курса алгебры и начал анализа в 10—11 классах.

**УДК 373.167.1:[512 + 517.1]
ББК 22.141я721 + 22.161я721**

© «Мнемозина», 2000
© «Мнемозина», 2003
© Художественное оформление.
«Мнемозина», 2003

ISBN 5-346-00175-1

Все права защищены

Предисловие

Издательство «Мнемозина» в 2000—2002 гг. опубликовало ряд изданий учебно-методического комплекта из четырех книг для 10—11-го классов общеобразовательной школы:

Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа. Учебник.

Мордкович А. Г. и др. Алгебра и начала анализа. Задачник.

Мордкович А. Г., Тульчинская Е. Е. Алгебра и начала анализа. Контрольные работы.

Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа. Методическое пособие для учителя.

У вас в руках — одна из книг указанного комплекта. Ее цель — оказать методическую помощь учителям математики, работающим по названным выше учебнику и задачнику.

Пособие содержит примерное поурочное планирование курса алгебры и начал анализа на два учебных года, составленное в соответствии с названиями параграфов из упомянутых выше учебника и задачника, и 13 контрольных работ, представленных в четырех вариантах.

Каждая контрольная работа выстроена по одной и той же схеме: задания базового уровня (до первой черты), среднего уровня (в полосе от первой черты до второй) и задания повышенного уровня сложности

(после второй черты). Шкала оценок за выполнение контрольной работы может выглядеть так: за успешное выполнение заданий только первого уровня — оценка «3»; за успешное выполнение заданий двух уровней (базового и второго или третьего) — оценка «4»; за успешное выполнение всех заданий — оценка «5». Во всех случаях рекомендуем не снижать оценку за неверное решение одного задания в базовом уровне.

Все контрольные работы, кроме работы № 7, рассчитаны на один урок, контрольная работа № 7 — на два урока.

Авторы

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 класс

Тема 1 (28 ч)

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

- | | |
|---|-----|
| 1. Введение (длина дуги окружности) | 1 ч |
| 2. Числовая окружность | 2 ч |
| 3. Числовая окружность
на координатной плоскости | 2 ч |
| 4. Синус и косинус | 3 ч |
| 5. Тангенс и котангенс | 1 ч |
| 6. Тригонометрические функции
числового аргумента | 2 ч |
| 7. Тригонометрические функции
углового аргумента | 2 ч |
| <i>Контрольная работа № 1</i> | 1 ч |
| 8. Формулы приведения | 2 ч |
| 9. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график | 2 ч |
| 10. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график | 2 ч |
| 11. Периодичность функций $y = \sin x$,
$y = \cos x$ | 1 ч |
| 12. Как построить график функции
$y = mf(x)$, если известен график
функции $y = f(x)$ | 1 ч |
| 13. Как построить график функции $y = f(kx)$,
если известен график функции $y = f(x)$ | 2 ч |
| 14. График гармонического колебания | 1 ч |
| 15. Функции $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$,
их свойства и графики | 2 ч |
| <i>Контрольная работа № 2</i> | 1 ч |

Тема 2 (10 ч)

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

- | | |
|--|-----|
| 16. Первые представления о решении
простейших тригонометрических
уравнений | 1 ч |
|--|-----|

- | | | |
|-----|--|-----|
| 17. | Арккосинус и решение уравнения
$\cos x = a$ | 2 ч |
| 18. | Арксинус и решение уравнения $\sin x = a$ | 2 ч |
| 19. | Арктангенс и решение уравнения $\operatorname{tg} x = a$.
Арккотангенс и решение уравнения
$\operatorname{ctg} x = a$ | 1 ч |
| 20. | Тригонометрические уравнения | 3 ч |
| | <i>Контрольная работа № 3</i> | 1 ч |

Тема 3 (16 ч)

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

- | | | |
|-----|---|-----|
| 21. | Синус и косинус суммы аргументов | 2 ч |
| 22. | Синус и косинус разности аргументов | 2 ч |
| 23. | Тангенс суммы и разности аргументов | 2 ч |
| | <i>Контрольная работа № 4</i> | 1 ч |
| 24. | Формулы двойного аргумента | 2 ч |
| 25. | Формулы понижения степени | 1 ч |
| 26. | Преобразование сумм тригонометрических
функций в произведение | 3 ч |
| 27. | Преобразование произведений
тригонометрических функций в сумму | 1 ч |
| 28. | Преобразование выражения
$A \sin x + B \cos x$ к виду $C \sin (x + t)$ | 1 ч |
| | <i>Контрольная работа № 5</i> | 1 ч |

Тема 4 (36 ч)

ПРОИЗВОДНАЯ

- | | | |
|-----|---|-----|
| 29. | Числовые последовательности
(определение, примеры, свойства) | 1 ч |
| 30. | Предел числовой последовательности: | |
| | 1) понятие предела последовательности | 1 ч |
| | 2) вычисление пределов
последовательностей | 1 ч |

- 3) сумма бесконечной геометрической прогрессии 1 ч
31. Предел функции:
- 1) предел функции на бесконечности 2 ч
- 2) предел функции в точке 2 ч
- 3) приращение аргумента, приращение функции 1 ч
32. Определение производной:
- 1) задачи, приводящие к понятию производной 1 ч
- 2) определение производной, ее геометрический и физический смысл 1 ч
- 3) алгоритм отыскания производной 2 ч
33. Вычисление производных:
- 1) формулы дифференцирования
(для функций $y = C$, $y = kx + m$, $y = \frac{1}{x}$,
 $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = \sin x$, $y = \cos x$) 2 ч
- 2) правила дифференцирования
(сумма, произведение, частное;
дифференцирование функций $y = x^n$,
 $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$) 3 ч
- 3) дифференцирование функции
 $y = f(kx + m)$ 1 ч
- Контрольная работа № 6* 1 ч
34. Уравнение касательной к графику функции 2 ч
35. Применение производной для исследования функций:
- 1) исследование функций на монотонность 2 ч
- 2) отыскание точек экстремума 2 ч
- 3) построение графиков функций 3 ч
36. Отыскание наибольших и наименьших значений функций:
- 1) отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке 3 ч

2) задачи на отыскание наибольших и наименьших значений величин	3 ч
<i>Контрольная работа № 7</i>	2 ч
<i>Повторение</i>	12 ч

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

11 класс

ПОВТОРЕНИЕ КУРСА 10 КЛАССА 6 ч

Тема 5 (9 ч)

ИНТЕГРАЛ

- | | |
|---|-----|
| 37. Первообразная и неопределенный интеграл | 3 ч |
| 38. Определенный интеграл: | |
| 1) задачи, приводящие к понятию определенного интеграла | 1 ч |
| 2) определенный интеграл, его вычисление и свойства | 2 ч |
| 3) вычисление площадей плоских фигур | 2 ч |
| <i>Контрольная работа № 8</i> | 1 ч |

Тема 6 (20 ч)

СТЕПЕНИ И КОРНИ. СТЕПЕННЫЕ ФУНКЦИИ

- | | |
|---|-----|
| 39. Понятие корня n -й степени из действительного числа | 2 ч |
| 40. Функции $y = \sqrt[n]{x}$, их свойства и графики | 3 ч |
| 41. Свойства корня n -й степени | 3 ч |
| 42. Преобразование выражений, содержащих радикалы | 3 ч |
| <i>Контрольная работа № 9</i> | 1 ч |
| 43. Обобщение понятия о показателе степени | 3 ч |

44. Степенные функции, их свойства и графики
(включая дифференцирование и интегрирование степенной функции с рациональным показателем) 4 ч
Контрольная работа № 10 1 ч

Тема 7 (29 ч)

ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ

45. Показательная функция, ее свойства и график 3 ч
46. Показательные уравнения 3 ч
47. Показательные неравенства 2 ч
48. Понятие логарифма 2 ч
49. Функция $y = \log_a x$, ее свойства и график 3 ч
Контрольная работа № 11 1 ч
50. Свойства логарифмов 3 ч
51. Логарифмические уравнения 3 ч
52. Логарифмические неравенства 3 ч
53. Переход к новому основанию логарифма 2 ч
54. Дифференцирование показательной и логарифмической функций 3 ч
Контрольная работа № 12 1 ч

Тема 8 (20 ч)

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

55. Равносильность уравнений 3 ч
56. Общие методы решения уравнений 4 ч
57. Решение неравенств с одной переменной 5 ч
Контрольная работа № 13 1 ч
58. Системы уравнений 4 ч
59. Уравнения и неравенства с параметрами 3 ч
Повторение 18 ч

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

(Определение тригонометрических функций)

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\sin \frac{7\pi}{3}$; в) $\operatorname{tg} \left(-\frac{13\pi}{6} \right)$;

б) $\cos \left(-\frac{5\pi}{4} \right)$; г) $\operatorname{ctg} 13,5\pi$.

2. Решите уравнения:

а) $\sin t = \frac{1}{2}$; б) $\cos t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. Упростите выражение

$$\operatorname{ctg} t \cdot \sin(-t) + \cos(2\pi - t).$$

4. Докажите тождество

$$\frac{\operatorname{ctg} t}{\operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t} = \cos^2 t.$$

5. Вычислите

$$2 \sin 870^\circ + \sqrt{12} \cdot \cos 570^\circ - \operatorname{tg}^2 60^\circ.$$

6. Известно, что $\sin t = \frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < t < \pi$.

Вычислите: $\cos t$, $\operatorname{tg} t$, $\operatorname{ctg} t$.

7. Существует ли такое число t , что выполняется равенство

$$\sin t = \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}?$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

(Определение тригонометрических функций)

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\cos \frac{5\pi}{6}$;

в) $\operatorname{tg} \frac{11\pi}{3}$;

б) $\sin \left(-\frac{7\pi}{4}\right)$;

г) $\operatorname{ctg}(-3,5\pi)$.

2. Решите уравнения:

а) $\sin t = -\frac{1}{2}$;

б) $\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. Упростите выражение

$$\operatorname{tg}(-t) \cdot \cos t - \sin(4\pi - t).$$

4. Докажите тождество

$$\operatorname{ctg} t \cdot \sin^2 t = (\operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t)^{-1}.$$

5. Вычислите

$$4 \cos 840^\circ - \sqrt{48} \cdot \sin 600^\circ + \operatorname{ctg}^2 30^\circ.$$

6. Известно, что $\cos t = -\frac{4}{5}$, $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$.

Вычислите: $\sin t$, $\operatorname{tg} t$, $\operatorname{ctg} t$.

7. Существует ли такое число t , что выполняется равенство

$$\cos t = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{10}}?$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

(Определение тригонометрических функций)

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\sin \frac{9\pi}{4}$; в) $\operatorname{tg}\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$;

б) $\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right)$; г) $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{4}$.

2. Решите уравнения:

а) $\sin t = \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\cos t = -\frac{1}{2}$.

3. Упростите выражение

$$\operatorname{tg} t \cdot \cos(-t) + \sin(\pi + t).$$

4. Докажите тождество

$$\frac{\operatorname{tg} t}{\operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t} = \sin^2 t.$$

5. Вычислите

$$4 \sin^2 120^\circ - 2 \cos 600^\circ + \sqrt{27} \operatorname{tg} 660^\circ.$$

6. Известно, что $\sin t = \frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < t < \pi$.

Вычислите: $\cos t$, $\operatorname{tg} t$, $\operatorname{ctg} t$.

7. Существует ли такое число t , что выполняется равенство

$$\sin t = \frac{1}{\sqrt{14} - \sqrt{8}}?$$

(Определение тригонометрических функций)

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $\cos \frac{2\pi}{3}$;

в) $\operatorname{tg} \frac{17\pi}{6}$;

б) $\sin \left(-\frac{11\pi}{4} \right)$;

г) $\operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{4} \right)$.

2. Решите уравнения:

а) $\sin t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

б) $\cos t = \frac{1}{2}$.

3. Упростите выражение

$$\operatorname{ctg}(-t) \cdot \sin t + \cos(\pi + t).$$

4. Докажите тождество

$$\operatorname{tg} t \cdot \cos^2 t = (\operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t)^{-1}.$$

5. Вычислите

$$4 \sin 690^\circ - 8 \cos^2 210^\circ + \sqrt{27} \operatorname{ctg} 660^\circ.$$

6. Известно, что $\cos t = -\frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < t < \pi$.

Вычислите: $\sin t$, $\operatorname{tg} t$, $\operatorname{ctg} t$.

7. Существует ли такое число t , что выполняется равенство

$$\cos t = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{8}}?$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

(Свойства и графики тригонометрических функций)

Вариант 1

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = \sin x \text{ на отрезке } \left[\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6} \right].$$

2. Упростите выражения:

а) $\cos^2(\pi + t) + \cos^2(\pi - t)$;

б)
$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right) \operatorname{tg}(-t)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right)}.$$

3. Решите уравнение

$$\cos(2\pi - t) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + t\right) = 1.$$

4. Постройте график функции

$$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2.$$

5. Постройте график функции

$$y = -2\sin 3x.$$

6. Известно, что $f(x) = 2x^2 + 3x - 2$. Докажите, что

$$f(\sin x) = 3\sin x - 2\cos^2 x.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

(Свойства и графики тригонометрических функций)

Вариант 2

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции

ции $y = \cos x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{3}\right]$.

2. Упростите выражения:

а) $\sin^2\left(\frac{\pi}{2} + t\right) + \sin^2(\pi - t)$;

б)
$$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right) \operatorname{ctg}(-t)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right)}.$$

3. Решите уравнение

$$\sin(2\pi - t) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + t\right) + 1 = 0.$$

4. Постройте график функции

$$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1.$$

5. Постройте график функции

$$y = 2\cos\frac{x}{2}.$$

6. Известно, что $f(x) = 3x^2 + 2x - 3$. Докажите, что

$$f(\cos x) = 2\cos x - 3\sin^2 x.$$

(Свойства и графики тригонометрических функций)

Вариант 3

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функ-

ции $y = \sin x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$.

2. Упростите выражения:

а) $\sin^2(\pi + t) - \sin^2(\pi - t)$;

б) $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right)}{\sin(\pi - t)\operatorname{tg}(-t)}$.

3. Решите уравнение

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right) - \cos(\pi + t) + 1 = 0.$$

4. Постройте график функции

$$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1.$$

5. Постройте график функции

$$y = -2\cos 3x.$$

6. Известно, что $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$. Докажите, что

$$f(\sin x) = 2\sin x - 3\cos^2 x + 2.$$

Вариант 4

1. Найдите наименьшее и наибольшее значения функ-

ции $y = \cos x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{3}\right]$.

2. Упростите выражения:

а) $\cos^2(2\pi - t) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} + t\right)$;

б)
$$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right) \operatorname{ctg}(-t)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right)}.$$

3. Решите уравнение

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right) - \sin(\pi - t) = 1.$$

4. Постройте график функции

$$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2.$$

5. Постройте график функции

$$y = 2\sin \frac{x}{2}.$$

6. Известно, что $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$. Докажите, что

$$f(\cos x) = 3\cos x - 2\sin^2 x + 1.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

(Тригонометрические уравнения)

Вариант 1

Решите уравнения:

1. $2 \sin x + \sqrt{2} = 0.$

2. $\cos \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) + 1 = 0.$

3. $\sin^2 x - 2 \cos x + 2 = 0.$

4. $\sin x \cos x + 2 \sin^2 x = \cos^2 x.$

5. Решите уравнение

$$3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 2.$$

6. Найдите корни уравнения $\sin 3x = \cos 3x$, принадлежащие отрезку $[0, 4]$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3
(Тригонометрические уравнения)

Вариант 2

Решите уравнения:

1. $2 \cos x + \sqrt{3} = 0.$

2. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0.$

3. $\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0.$

4. $3\sin^2 x = 2\sin x \cos x + \cos^2 x.$

5. Решите уравнение

$$5 \sin^2 x - 2\sin x \cos x + \cos^2 x = 4.$$

6. Найдите корни уравнения $\sin 2x = \sqrt{3} \cos 2x$, принадлежащие отрезку $[-1, 6]$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3
(Тригонометрические уравнения)

Вариант 3

Решите уравнения:

1. $2\sin x - 1 = 0.$

2. $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0.$

3. $6\sin^2 x - 5\cos x + 5 = 0.$

4. $3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + \cos^2 x = 0.$

5. Решите уравнение

$$\sin^2 x - 9\sin x \cos x + 3\cos^2 x = -1.$$

6. Найдите корни уравнения $\sqrt{3} \sin 2x = \cos 2x$, принадлежащие отрезку $[-1, 4]$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3
(Тригонометрические уравнения)

Вариант 4

Решите уравнения:

1. $2\cos x - \sqrt{2} = 0.$

2. $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = 1.$

3. $\cos^2 x + 2\sin x + 2 = 0.$

4. $6\sin^2 x = 5\sin x \cos x - \cos^2 x.$

5. Решите уравнение

$$5\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 1.$$

6. Найдите корни уравнения $\sin 3x + \cos 3x = 0$, принадлежащие отрезку $[0, 6]$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

(Тригонометрические функции сложения аргументов)

Вариант 1

1. Найдите значения выражений:

а) $\sin 58^\circ \cos 13^\circ - \cos 58^\circ \sin 13^\circ$;

б) $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{7\pi}{12}$.

2. Упростите выражения:

а) $\cos(t - s) - \sin t \sin s$;

б) $\frac{1}{2} \cos \alpha - \sin \left(\frac{\pi}{6} + \alpha \right)$.

3. Докажите тождество

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta.$$

4. Решите уравнение

$$\sin 3x \cos x + \cos 3x \sin x = 0.$$

5. Зная, что $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$,

найдите $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right)$.

6. Известно, что $\cos \left(\frac{\pi}{4} + t \right) + \cos \left(\frac{\pi}{4} - t \right) = p$.

Найдите $\cos \left(\frac{\pi}{4} + t \right) \cos \left(\frac{\pi}{4} - t \right)$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

(Тригонометрические функции сложения аргументов)

Вариант 2

1. Найдите значения выражений:

а) $\sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{5} \sin \frac{3\pi}{10}$;

б) $\cos 78^\circ \cos 108^\circ + \sin 78^\circ \sin 108^\circ$.

2. Упростите выражения:

а) $\sin(\alpha - \beta) + \cos \alpha \sin \beta$;

б) $\frac{1}{2} \sin \alpha + \cos \left(\frac{\pi}{6} + \alpha \right)$.

3. Докажите тождество

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta.$$

4. Решите уравнение

$$\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = 0.$$

5. Зная, что $\cos \alpha = \frac{12}{13}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, найдите $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right)$.

6. Известно, что $\sin \left(\frac{\pi}{3} + t \right) + \sin \left(\frac{\pi}{3} - t \right) = p$.

Найдите $\sin \left(\frac{\pi}{3} + t \right) \sin \left(\frac{\pi}{3} - t \right)$.

Вариант 3

1. Найдите значения выражений:

а) $\sin 81^\circ \cos 21^\circ - \cos 81^\circ \sin 21^\circ$;

б) $\cos \frac{5\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} - \sin \frac{5\pi}{8} \sin \frac{\pi}{8}$.

2. Упростите выражения:

а) $\cos x \cos y - \cos (x - y)$;

б) $\sin \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha$.

3. Докажите тождество

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta.$$

4. Решите уравнение

$$\sin 5x \cos x - \cos 5x \sin x = 0.$$

5. Зная, что $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, найдите $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right)$.

6. Известно, что $\cos \left(\frac{\pi}{6} + t \right) + \cos \left(\frac{\pi}{6} - t \right) = p$.

Найдите $\cos \left(\frac{\pi}{6} + t \right) \cos \left(\frac{\pi}{6} - t \right)$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

(Тригонометрические функции сложения аргументов)

Вариант 4

1. Найдите значения выражений:

а) $\sin \frac{5\pi}{14} \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{14} \sin \frac{\pi}{7}.$

б) $\cos 78^\circ \cos 18^\circ + \sin 78^\circ \sin 18^\circ.$

2. Упростите выражения:

а) $\sin \alpha \cos \beta - \sin (\alpha - \beta);$

б) $\cos \left(\frac{\pi}{3} + x \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x.$

3. Докажите тождество

$$\cos (\alpha + \beta) - \cos (\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta.$$

4. Решите уравнение

$$\cos 4x \cos x + \sin 4x \sin x = 0.$$

5. Зная, что $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, найдите $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right).$

6. Известно, что $\sin \left(\frac{\pi}{6} + t \right) + \sin \left(\frac{\pi}{6} - t \right) = p.$

Найдите $\sin \left(\frac{\pi}{6} + t \right) \sin \left(\frac{\pi}{6} - t \right).$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

(Формулы тригонометрии)

Вариант 1

1. Упростите выражение

$$1 - \frac{\sin 2t \cos t}{2 \sin t}.$$

2. Решите уравнение

$$\sin 5x = \sin 3x.$$

3. Докажите тождество

$$2\cos^2(45^\circ + 4\alpha) + \sin 8\alpha = 1.$$

4. Вычислите

$$\cos 70^\circ + \sin 140^\circ - \cos 10^\circ.$$

5. Решите уравнение

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = 1.$$

6. Решите уравнение

$$\sin 5x + \sin x + 2\sin^2 x = 1.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

(Формулы тригонометрии)

Вариант 2

1. Упростите выражение

$$\frac{\cos 2t}{\cos t + \sin t} - \cos t.$$

2. Решите уравнение

$$\cos 8x = \cos 6x.$$

3. Докажите тождество

$$2 \sin^2(45^\circ - 2t) + \sin 4t = 1.$$

4. Вычислите

$$\sin 72^\circ + \cos 222^\circ - \sin 12^\circ.$$

5. Решите уравнение

$$\sqrt{3} \sin x - \cos x = 1.$$

6. Решите уравнение

$$2\cos^2 3x + \cos 3x + \cos 9x = 1.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

(Формулы тригонометрии)

Вариант 3

1. Упростите выражение

$$1 - \frac{\sin 2t \sin t}{2 \cos t}.$$

2. Решите уравнение

$$\sin 7x = \sin 5x.$$

3. Докажите тождество

$$2 \cos^2 (45^\circ + 3\alpha) + \sin 6\alpha = 1.$$

4. Вычислите

$$\cos 50^\circ + \sin 160^\circ - \cos 10^\circ.$$

5. Решите уравнение

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1.$$

6. Решите уравнение

$$\sin 6x + \sin 2x + 2\sin^2 x = 1.$$

Вариант 4

1. Упростите выражение

$$\frac{\cos 2t}{\cos t - \sin t} - \sin t.$$

2. Решите уравнение

$$\cos 6x = \cos 4x.$$

3. Докажите тождество

$$2 \sin^2 (45^\circ - 3t) + \sin 6t = 1.$$

4. Вычислите

$$\sin 84^\circ + \cos 234^\circ - \sin 24^\circ.$$

5. Решите уравнение

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1.$$

6. Решите уравнение

$$2\cos^2 2x + \cos 2x + \cos 6x = 1.$$

Вариант 1

1. Найдите производные функций:

а) $y = x^5$; г) $y = 3 - 2x$;

б) $y = 3$; д) $y = 2\sqrt{x} + 3 \sin x$.

в) $y = \frac{4}{x}$;

2. Найдите производные функций:

а) $y = x \cos x$; в) $y = (3x + 5)^4$.

б) $y = \frac{\operatorname{tg} x}{x}$;

3. Вычислите $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$, если

$$f(x) = 2 \sin x + 3x^2 - 2\pi x + 3.$$

4. Прямолинейное движение точки описывается законом $s = t^5 - t^3$ (м). Найдите ее скорость в момент времени $t = 2$ с.

5. Найдите все значения x , при которых выполняется неравенство $f'(x) \leq 0$, если $f(x) = 12x - x^3$.

6. Найдите все значения x , при которых выполняется равенство $f'(x) = 0$, если

$$f(x) = \cos 2x + x\sqrt{3} \quad \text{и} \quad x \in [0, 4\pi].$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

(Правила и формулы отыскания производных)

Вариант 2

1. Найдите производные функций:

а) $y = x^4$; г) $y = 3x + 2$;

б) $y = 4$; д) $y = 2\cos x - 4\sqrt{x}$.

в) $y = -\frac{3}{x}$;

2. Найдите производные функций:

а) $y = x \sin x$; в) $y = (2x - 3)^5$.

б) $y = \frac{\operatorname{ctg} x}{x}$;

3. Вычислите $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$, если

$$f(x) = 1,5x^2 - \frac{\pi x}{2} + 5 - 4 \cos x.$$

4. Прямолинейное движение точки описывается законом $s = t^4 - 2t^2$ (м). Найдите ее скорость в момент времени $t = 3$ с.

5. Найдите все значения x , при которых выполняется неравенство $f'(x) > 0$, если $f(x) = 6x^2 - x^3$.

6. Найдите все значения x , при которых выполняется равенство $f'(x) = 0$, если

$$f(x) = \sin 2x - x\sqrt{3} \text{ и } x \in [0, 4\pi].$$

(Правила и формулы отыскания производных)

Вариант 3

1. Найдите производные функций:

а) $y = x^6$; г) $y = 3 - 5x$;

б) $y = 2$; д) $y = 8\sqrt{x} + 0,5 \cos x$.

в) $y = \frac{5}{x}$;

2. Найдите производные функций:

а) $y = \frac{\sin x}{x}$; в) $y = (5x + 1)^7$.

б) $y = x \operatorname{ctg} x$;

3. Вычислите $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$, если $f(x) = 2\cos x + x^2 - \frac{\pi x}{3} + 5$.

4. Прямолинейное движение точки описывается законом $s = t^4 - t^2$ (м). Найдите ее скорость в момент времени $t = 3$ с.

5. Найдите все значения x , при которых выполняется неравенство $f'(x) < 0$, если $f(x) = 81x - 3x^3$.

6. Найдите все значения x , при которых выполняется равенство $f'(x) = 0$, если

$$f(x) = \cos 2x - x\sqrt{3} \text{ и } x \in [0, 4\pi].$$

Вариант 4

1. Найдите производные функций:

а) $y = x^7$; г) $y = 4x + 5$;

б) $y = 5$; д) $y = \sin x + \frac{\sqrt{x}}{2}$.

в) $y = -\frac{6}{x}$;

2. Найдите производные функций:

а) $y = \frac{\cos x}{x}$; в) $y = (3x - 4)^6$.

б) $y = x \operatorname{tg} x$;

3. Вычислите $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$, если $f(x) = 1,5x^2 + 6\sin x - \pi x + 4$.

4. Прямолинейное движение точки описывается законом $s = t^6 - 4t^4$ (м). Найдите ее скорость в момент времени $t = 2$ с.

5. Найдите все значения x , при которых выполняется неравенство $f'(x) \geq 0$, если $f(x) = 7,5x^2 - x^3$.

6. Найдите все значения x , при которых выполняется равенство $f'(x) = 0$, если
 $f(x) = \sin 2x + x$ и $x \in [0, 4\pi]$.

(Применение производной к исследованию функций)**Вариант 1**

1. Дана функция $y = x^3 - 3x^2 + 4$. Найдите:
- а) промежутки возрастания и убывания функции;
 - б) точки экстремума;
 - в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1, 4]$.

2. Постройте график функции

$$y = x^3 - 3x^2 + 4.$$

3. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = 4\sqrt{x}$ в точке $x = 4$.

-
4. Площадь прямоугольного участка 144 м^2 . При каких размерах участка длина окружающего его забора будет наименьшей?
-

5. Постройте график функции

$$y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}.$$

Вариант 2

1. Дана функция $y = 0,5x^4 - 4x^2$. Найдите:

- а) промежутки возрастания и убывания функции;
- б) точки экстремума;
- в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1, 3]$.

2. Постройте график функции

$$y = 0,5x^4 - 4x^2.$$

3. Составьте уравнение касательной к графику функции

$$y = \frac{6}{x} \text{ в точке } x = 3.$$

4. Площадь прямоугольного треугольника 6 см^2 . Найдите наименьшее значение площади квадрата, построенного на гипотенузе треугольника.

5. Постройте график функции

$$y = \frac{8x}{x^2 + 4}.$$

Вариант 3

1. Дана функция $y = x^3 + 3x^2 - 4$. Найдите:
- а) промежутки возрастания и убывания функции;
 - б) точки экстремума;
 - в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-4, 1]$.

2. Постройте график функции

$$y = x^3 + 3x^2 - 4.$$

3. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = 2\sqrt{x}$ в точке $x = 1$.

-
4. Площадь прямоугольного треугольника 8 см^2 . Какими должны быть длины сторон треугольника, чтобы сумма площадей квадратов, построенных на его сторонах, была наименьшей?
-

5. Постройте график функции

$$y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}.$$

(Применение производной к исследованию функций)**Вариант 4**

1. Дана функция $y = 0,25x^4 - 2x^2$. Найдите:
- а) промежутки возрастания и убывания функции;
 - б) точки экстремума;
 - в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-3, 1]$.

2. Постройте график функции

$$y = 0,25x^4 - 2x^2.$$

3. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \frac{9}{x}$ в точке $x = 3$.

-
4. Длина, ширина и высота прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием составляют в сумме 36 см. Чему равен наибольший объем такого параллелепипеда?
-

5. Постройте график функции

$$y = \frac{4x}{x^2 + 1}.$$

Вариант 1

1. Докажите, что $F(x) = x^4 - 3\sin x$ является первообразной для $f(x) = 4x^3 - 3\cos x$.

2. Найдите неопределенный интеграл

$$\int \left(\frac{4}{x^2} + 3\sin x \right) dx.$$

3. Вычислите интегралы:

$$\text{а) } \int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}; \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \, dx.$$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 1 - x^3, \quad y = 0, \quad x = -1.$$

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 0,5x^2 + 2$, касательной к этому графику в точке с абсциссой $x = -2$ и прямой $x = 0$.

6. Дана функция

$$y = \frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x} + \sin 3x + \frac{1}{\pi}.$$

Известно, что график некоторой ее первообразной проходит через точку $(0; -1)$. Чему равно значение

этой первообразной в точке $x = \frac{\pi}{6}$?

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

(Первообразная и интеграл)

Вариант 2

1. Докажите, что $F(x) = x^5 + \cos x$ является первообразной для $f(x) = 5x^4 - \sin x$.

2. Найдите неопределенный интеграл

$$\int \left(\frac{1}{x^2} - 2 \cos x \right) dx.$$

3. Вычислите интегралы:

а) $\int_0^1 x^7 dx$

б) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin \frac{x}{2} dx$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2 - x^2, \quad y = 0, \quad x = -1, \quad x = 0.$$

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^3 + 2$, касательной к этому графику в точке с абсциссой $x = 1$ и прямой $x = 0$; фигура расположена в правой координатной полуплоскости.

6. Дана функция

$$y = \frac{3}{\sin^2 x} + \cos 2x - \frac{2}{\pi}.$$

Известно, что график некоторой ее первообразной проходит через точку $\left(\frac{\pi}{2}; 0 \right)$. Чему равно значение

этой первообразной в точке $x = \frac{\pi}{4}$?

Вариант 3

1. Докажите, что $F(x) = x^3 - 2\sin x$ является первообразной для $f(x) = 3x^2 - 2\cos x$.

2. Найдите неопределенный интеграл

$$\int \left(\frac{3}{x^2} + 5\cos x \right) dx.$$

3. Вычислите интегралы:

$$\text{а) } \int_{0,25}^{2,25} \frac{dx}{\sqrt{x}}; \qquad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \, dx.$$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 2 - x^3, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 0.$$

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 1,5x^2 + 3$, касательной к этому графику в точке с абсциссой $x = 2$ и прямой $x = 0$.

6. Дана функция

$$y = 12\cos 4x + \frac{8}{\pi} - \frac{1}{\sin^2 x}.$$

Известно, что график некоторой ее первообразной проходит через точку $\left(\frac{\pi}{4}; 0 \right)$. Чему равно значение этой первообразной в точке $x = \frac{\pi}{2}$?

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 8

(Первообразная и интеграл)

Вариант 4

1. Докажите, что $F(x) = x^6 - 2\cos x$ является первообразной для $f(x) = 6x^5 + 2\sin x$.

2. Найдите неопределенный интеграл

$$\int \left(\frac{5}{x^2} - 4\sin x \right) dx.$$

3. Вычислите интегралы:

$$\text{а) } \int_0^1 x^{10} dx \qquad \text{б) } \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos \frac{x}{2} dx$$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 1 - x^2, \quad y = 0.$$

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^3 - 3$, касательной к этому графику в точке с абсциссой $x = 1$ и прямой $x = 0$; фигура расположена в правой координатной полуплоскости.

6. Дана функция

$$y = 3\sin 3x + \frac{6}{\pi} - \frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x}.$$

Известно, что график некоторой ее первообразной проходит через точку $(0; 5)$. Чему равно значение

этой первообразной в точке $x = \frac{\pi}{6}$?

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9

(Корень n -й степени)

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt[3]{-2\frac{10}{27}} + \sqrt[4]{256}$;

б) $\sqrt[6]{3^7 \cdot 4^5} \cdot \sqrt[6]{3^5 \cdot 4}$

2. Упростите выражение

$$(\sqrt[4]{x} - 2\sqrt[4]{y})(\sqrt[4]{x} + 2\sqrt[4]{y}) + 2\sqrt[8]{y^7} : \sqrt[8]{y^3}.$$

3. Постройте и прочитайте график функции

$$y = \sqrt[4]{x-2} + 3.$$

4. Решите уравнение

$$\sqrt[3]{x} = x - 6.$$

5. Вычислите значение выражения

$$\sqrt[5]{243m^5} + \sqrt[4]{16m^4} - \sqrt{36m^2} \text{ при } m = -\frac{1}{7}.$$

6. Решите уравнение

$$\sqrt[3]{32x^2} + \sqrt[3]{16x} = 4.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9

(Корень n -й степени)

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\sqrt{0,64} + \sqrt[3]{-15\frac{5}{8}} + \sqrt[4]{81}$;

б) $\sqrt[5]{2^3 \cdot 7^2} \cdot \sqrt[5]{12 \cdot 7^3}$

$\sqrt[5]{2^3 \cdot 7^2} \cdot \sqrt[5]{2^{1/2} \cdot 7^3}$

2. Упростите выражение

$$(2\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b})^2 + 4\sqrt[12]{a^7 b^8} : \sqrt[12]{a^5 b^6}.$$

3. Постройте и прочитайте график функции

$$y = \sqrt[3]{x+1} - 4.$$

4. Решите уравнение

$$\sqrt[4]{x} = 3x - 2.$$

5. Вычислите значение выражения

$$\sqrt[4]{625c^4} - \sqrt[5]{32c^5} + \sqrt{36c^2} \text{ при } c = -\frac{1}{13}.$$

6. Решите уравнение

$$12 - \sqrt[3]{16y} = \sqrt[3]{32y^2}.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9

(Корень n -й степени)

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\sqrt{\frac{1}{16}} + \sqrt[3]{-1\frac{61}{64}} + \sqrt[4]{625}$; б) $\sqrt[8]{5^9 \cdot 9^7} \cdot \sqrt[8]{5^7 \cdot 9}$.

2. Упростите выражение

$$(3\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b})(3\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}) + \sqrt[9]{5b^8} : \sqrt[9]{5b^5}.$$

3. Постройте и прочитайте график функции

$$y = \sqrt[4]{x-4} - 5.$$

4. Решите уравнение

$$\sqrt[3]{x} = x + 6.$$

5. Вычислите значение выражения

$$\sqrt[5]{1024x^5} + \sqrt[4]{81x^4} - \sqrt{81x^2} \text{ при } x = -0,1.$$

6. Решите уравнение

$$\sqrt[5]{128x^4} + \sqrt[5]{64x^2} = 4.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 9

(Корень n -й степени)

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $\sqrt{0,81} + \sqrt[3]{-4\frac{12}{125}} + \sqrt[4]{16}$; б) $\sqrt[4]{3^5 \cdot 7^3} \cdot \sqrt[4]{3^3 \cdot 7}$.

2. Упростите выражение

$$(\sqrt[4]{x} + 3\sqrt[4]{y})^2 - 6\sqrt[8]{x^5 y^7} : \sqrt[8]{x^3 y^5}.$$

3. Постройте и прочитайте график функции

$$y = \sqrt[3]{x+2} + 1.$$

4. Решите уравнение

$$\sqrt[4]{x} = 2x - 1.$$

5. Вычислите значение выражения

$$\sqrt[4]{81y^4} - \sqrt[5]{32y^5} + \sqrt{16y^2} \text{ при } y = -\frac{2}{9}.$$

6. Решите уравнение

$$4 + \sqrt[5]{64y^2} = \sqrt[5]{128y^4}.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 10

(Степенные функции)

Вариант 1

1. Вычислите:

а) 2^{-3} ;

в) $32^{\frac{1}{5}} - 81^{\frac{1}{4}}$;

б) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$;

г) $\left(2^{\frac{5}{3}} - 1\right) \left(2^{\frac{10}{3}} + 2^{\frac{5}{3}} + 1\right)$.

2. Упростите выражения:

а) $\left(\sqrt[4]{a^3}\right)^{-\frac{4}{3}}$;

б) $a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[8]{a^5}$.

3. Составьте уравнение касательной к графику функции

$$y = \frac{5}{3}x^{\frac{3}{5}} + x^{-4} \text{ в точке } x = 1.$$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^{-\frac{1}{2}}, \quad x = 1, \quad x = 4, \quad y = 0.$$

5. Упростите выражение

$$\left(\frac{b^{0,5} + 3}{b^{1,5} - 3b} - \frac{b^{0,5} - 3}{b^{1,5} + 3b} \right) \cdot \frac{b - 9}{b^{0,5}}.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 10

(Степенные функции)

Вариант 2

1. Вычислите:

а) 4^{-3} ;

в) $16^{\frac{1}{4}} - 125^{\frac{1}{3}}$;

б) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1}$;

г) $\left(2 + 3^{\frac{2}{3}}\right)\left(4 - 2 \cdot 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{4}{3}}\right)$.

2. Упростите выражения:

а) $\left(\sqrt[5]{a^2}\right)^{-2,5}$;

б) $a^{\frac{3}{7}} \cdot \sqrt[14]{a^5}$.

3. Составьте уравнение касательной к графику функции

$$y = x^{-\frac{1}{2}} \text{ в точке } x = \frac{1}{4}.$$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{x^6}, \quad x = 1, \quad x = 2, \quad y = 0.$$

5. Упростите выражение

$$\left(\frac{3}{a - 3a^{0,5}} - \frac{a^{1,5}}{a^2 - 9a}\right) : \frac{a^{0,5}}{a^{0,5} + 3}.$$

Вариант 3

1. Вычислите:

а) 3^{-2} ; в) $64^{\frac{1}{3}} - 49^{\frac{1}{2}}$;

б) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$; г) $\left(3^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}}\right)\left(3^{\frac{2}{3}} - 3^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{4}{3}}\right)$.

2. Упростите выражения:

а) $\left(\sqrt[6]{a^7}\right)^{-\frac{6}{7}}$; б) $b^{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt[12]{b^7}$.

3. Составьте уравнение касательной к графику функции

$$y = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{4}} + x^{-3} \text{ в точке } x = 1.$$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^{-\frac{1}{3}}, \quad x = 1, \quad x = 8, \quad y = 0.$$

5. Упростите выражение

$$\left(\frac{a^{0,5} + 4}{a^{1,5} - 4a} - \frac{a^{0,5} - 4}{a^{1,5} + 4a}\right) \cdot \frac{a - 16}{a^{0,5}}.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 10

(Степенные функции)

Вариант 4

1. Вычислите:

а) 4^{-2} ; в) $27^{\frac{1}{3}} - 25^{\frac{1}{2}}$;

б) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$; г) $\left(1 - 2^{\frac{4}{3}}\right)\left(1 + 2^{\frac{4}{3}} + 2^{\frac{8}{3}}\right)$.

2. Упростите выражения:

а) $\left(\sqrt[5]{a^4}\right)^{-1,25}$; б) $a^{\frac{5}{4}} \cdot \sqrt[8]{a^3}$.

3. Составьте уравнение касательной к графику функции

$$y = x^{-\frac{1}{3}} \text{ в точке } x = \frac{1}{8}.$$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \frac{1}{x^4}, \quad x = 1, \quad x = 2, \quad y = 0.$$

5. Упростите выражение

$$\left(\frac{4}{b - 4b^{0,5}} - \frac{b^{1,5}}{b^2 - 16b}\right) \cdot \frac{b^{0,5}}{b^{0,5} + 4}.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 11

(Показательная и логарифмическая функции.
Показательные уравнения и неравенства)

Вариант 1

1. Постройте графики функций:

а) $y = 0,4^x + 1$; б) $y = \log_2(x - 2)$.

2. Решите уравнение

$$4^{x+3} + 4^x = 260.$$

3. Решите неравенство

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5} > \left(\frac{1}{16}\right)^x.$$

4. Вычислите $\log_3 81\sqrt{3}$.

5. Решите уравнение

$$\frac{2^x + 10}{4} = \frac{9}{2^{x-2}}.$$

6. Решите неравенство

$$36^x - 2 \cdot 18^x \geq 8 \cdot 9^x.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 11

(Показательная и логарифмическая функции.
Показательные уравнения и неравенства)

Вариант 2

1. Постройте графики функций:

а) $y = 2^{x-3}$; б) $y = \log_{\frac{1}{2}} x + 2$.

2. Решите уравнение

$$5^{x+2} - 5^x = 120.$$

3. Решите неравенство

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{2x^2} < \left(\frac{9}{49}\right)^4.$$

4. Вычислите $\log_2 16\sqrt[4]{2}$.

5. Решите уравнение

$$3 \cdot 5^{2x-1} - 50 \cdot 5^{x-3} = 0,2.$$

6. Решите неравенство

$$9 \cdot 4^x + 8 \cdot 12^x \geq 36^x.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 11

(Показательная и логарифмическая функции.
Показательные уравнения и неравенства)

Вариант 3

1. Постройте графики функций:

а) $y = 0,5^x - 1$; б) $y = \log_3(x + 3)$.

2. Решите уравнение

$$3^{x+3} + 3^x = 84.$$

3. Решите неравенство

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2-6} < \left(\frac{1}{2}\right)^{10x}.$$

4. Вычислите $\log_5 125\sqrt{5}$.

5. Решите уравнение

$$\frac{3^x + 3}{4} = \frac{3}{3^{x-2}}.$$

6. Решите неравенство

$$20^x + 4 \cdot 10^x \geq 5 \cdot 5^x.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 11

(Показательная и логарифмическая функции.
Показательные уравнения и неравенства)

Вариант 4

1. Постройте графики функций:

а) $y = 3^{x-4}$;

б) $y = \log_{\frac{1}{3}} x + 3$.

2. Решите уравнение

$$2^{x+5} - 2^x = 62.$$

3. Решите неравенство

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{3x^2-1} \geq \left(\frac{9}{25}\right)^{13}.$$

4. Вычислите $\log_3 81\sqrt[4]{3}$.

5. Решите уравнение

$$8 \cdot 2^{2x-1} - 28 \cdot 2^{x-3} = 0,5.$$

6. Решите неравенство

$$9 \cdot 6^x + 8 \cdot 18^x > 54^x.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 12

(Логарифмические уравнения и неравенства.

Дифференцирование показательной
и логарифмической функций)

Вариант 1

1. Решите уравнения:

а) $\log_3^2 x - 2\log_3 x = 3$; б) $\lg(x + 1,5) = -\lg x$.

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{4}}(2x - 5) > -1.$$

3. Найдите точки экстремума функции $y = x e^x$.

4. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{2}}(x - y) = 2, \\ 2^x \cdot 5^{x-2y} = 40. \end{cases}$$

5. Составьте уравнение той касательной к графику функции $y = \ln 2x$, которая проходит через начало координат.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 12

(Логарифмические уравнения и неравенства.
Дифференцирование показательной
и логарифмической функций)

Вариант 2

1. Решите уравнения:

а) $\log_7 (x^2 - 9) - \log_7 (9 - 2x) = 1$;

б) $4 - \lg^2 x = 3 \lg x$.

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}} (2 - 3x) < -2.$$

3. Найдите точки экстремума функции $y = (2x - 1)e^x$.

4. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_2 (x + y) + 2\log_4 (x - y) = 3, \\ 3^{2 + \log_3 (2x - y)} = 45. \end{cases}$$

5. Составьте уравнение той касательной к графику функции $y = \ln 3x$, которая проходит через начало координат.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 12

(Логарифмические уравнения и неравенства.
Дифференцирование показательной
и логарифмической функций)

Вариант 3

1. Решите уравнения:

а) $\log_{\frac{2}{3}} x - 10 \log_3 x + 21 = 0;$

б) $\lg(x^2 - 2) = -\lg \frac{1}{x}.$

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x + 1) > -2.$$

3. Найдите точки экстремума функции $y = x^2 e^x.$

4. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{2}}(x + y) = 2, \\ 3^x \cdot 7^y = 21. \end{cases}$$

5. Составьте уравнение той касательной к графику функции $y = \ln \frac{x}{2}$, которая проходит через начало координат.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 12

(Логарифмические уравнения и неравенства.

Дифференцирование показательной
и логарифмической функций)

Вариант 4

1. Решите уравнения:

а) $\log_4 (x + 1) + \log_4 (x + 1)^2 = 3;$

б) $5 + \lg^2 x = -4 \lg x.$

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{2}{3}} (2 - 5x) < -2.$$

3. Найдите точки экстремума функции $y = x \cdot e^{-x}.$

4. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_2 (x + y) + 2 \log_4 (x - y) = 5, \\ 3^{1 + 2 \log_3 (x - y)} = 48. \end{cases}$$

5. Составьте уравнение той касательной к графику функции $y = \ln ex$, которая проходит через начало координат.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 13

(Уравнения и неравенства с одной переменной)

Вариант 1

1. Решите уравнения:

а) $\sqrt{2x+3} + \sqrt{4-x} = \sqrt{3x+7};$

б) $2\sin^2 \frac{x}{2} + 5 \cos \frac{x}{2} = 4.$

2. Решите неравенство

$$\log_2 (3x - 1) - \log_2 (5x + 1) < \log_2 (x - 1) - 2.$$

3. Решите неравенство

$$2x^2 \geq |x^2 - x| + 2.$$

4. Решите неравенство

$$(x^2 + 8x + 15) \log_{\frac{1}{2}} \left(1 + \cos^2 \frac{\pi x}{4} \right) \geq 1.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 13

(Уравнения и неравенства с одной переменной)

Вариант 2

1. Решите уравнения:

а) $\sqrt{2x+9} + \sqrt{1-2x} = \sqrt{4-3x}$;

б) $5\sin 2x - 1 = 2\cos^2 2x$.

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}}(3x-4) - \log_{\frac{1}{2}}(3x+4) < \log_{\frac{1}{2}}(x-2) + 2.$$

3. Решите неравенство

$$3x^2 \geq |x^2 + 2x| + 12.$$

4. Решите неравенство

$$(10x - x^2 - 24) \log_5 \left(4\sin^2 \frac{\pi x}{2} + 1 \right) \geq 1.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 13

(Уравнения и неравенства с одной переменной)

Вариант 3

1. Решите уравнения:

а) $\sqrt{2x+1} = 2\sqrt{x} - \sqrt{x-3}$;

б) $2\sin^2 3x + 5 \cos 3x + 1 = 0$.

2. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}} (2x+1) - \log_{\frac{1}{3}} (25+2x) > 3 + \log_{\frac{1}{3}} (x+2).$$

3. Решите неравенство

$$3x^2 + |x^2 - 2x| \leq 12.$$

4. Решите неравенство

$$(12x - x^2 - 35) \lg \left(9 + \cos^2 \frac{\pi x}{3} \right) \geq 1.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 13

(Уравнения и неравенства с одной переменной)

Вариант 4

1. Решите уравнения:

а) $\sqrt{8x+1} - \sqrt{3+x} = \sqrt{3x-2}$;

б) $4\left(\cos^2 \frac{x}{3} + \sin \frac{x}{3}\right) = 1$.

2. Решите неравенство

$$\log_3 (5 - 2x) - \log_3 (25 - x) > \log_3 (x + 5) - 2.$$

3. Решите неравенство

$$18 - 2x^2 \geq |x^2 + 3x|.$$

4. Решите неравенство

$$(x^2 + 6x + 8) \log_{\frac{1}{4}} \left(3 + \sin^2 \frac{\pi x}{6} \right) \geq 1.$$

Содержание

Предисловие	3
Поурочное планирование	5
Контрольная работа № 1	10
Контрольная работа № 2	14
Контрольная работа № 3	18
Контрольная работа № 4	22
Контрольная работа № 5	26
Контрольная работа № 6	30
Контрольная работа № 7	34
Контрольная работа № 8	38
Контрольная работа № 9	42
Контрольная работа № 10	46
Контрольная работа № 11	50
Контрольная работа № 12	54
Контрольная работа № 13	58