

الفصل الثالث

أسس تصميم المنشآت المركبة

PRINCIPLES OF DESIGNING COMPOSITE STRUCTURES

3-1 المقدمة Introduction

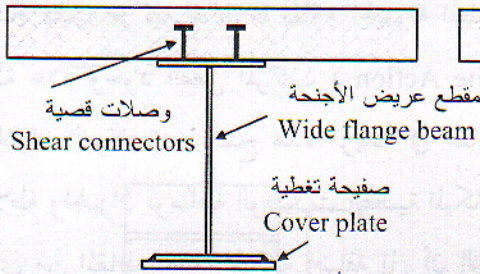
إذا التحمت البلاطات البيتونية المسلحة مع الجيزان الفولاذية بواسطة الوصلات القصية الميكانيكية (Mechanical Shear Connectors) فإنه يمكن الحصول على منشأة مدنية مركبة غالباً ما تقاوم الحمولة المطبقة بزيادة نسبة الثلث أو أكثر منه في حالة عدم وجود الفعل المركب (Non-composite Action) بين البلاطة البيتونية والجيزان الفولاذية . تنتج هذه الزيادة في مقاومة المنشأة عن الالتحام (Bond) بين البلاطة والجيزان بواسطة الوصلات القصية الميكانيكية . إن المقاطع المركبة لديها صلابة أقوى من المقاطع غير المركبة إضافة إلى أن السهوم في المنشآت المركبة أقل منها في الإنشاءات غير المركبة بنسبة تتراوح بين 20% و 30 % . وبصورة أخرى ينشأ الفعل المركب عندما يتحد العنصران الإنشائيان الأساسيان في الهندسة الإنشائية البلاطة البيتونية والجيزان الفولاذية الحاملة بشكل تام (Integrally) ، ويقاومان السهم (Deflection) بمثابة مادة واحدة .

3-2 بعض من النماذج المركبة Some of Composite Models

هناك نماذج لا تحصى من المقاطع المركبة لكل من العناصر الإنشائية الأساسية: جيزان ، أعمدة ، بلاطات ... إلخ. ولا زال الباحثون في صدد تطوير نماذج أقل وزناً وأكثر متانة. يظهر الشكل (3-1) بعض المقاطع العرضية المركبة على سبيل المثال لا الحصر. إن البلاطة مثبتة على السطح العلوي للجائز الفولاذي عن طريق وصلات قصية، عدا المقطع في الشكل (f) حيث المقطع الفولاذي مغلف بالبيتون هنا. ويتوقف

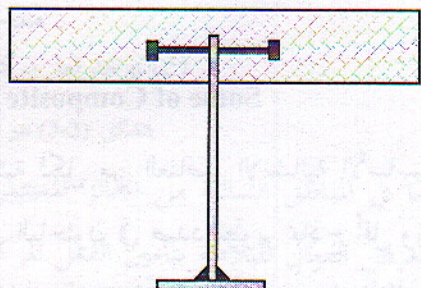
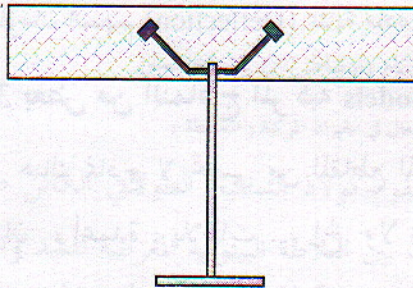
مدى تطور الفعل المركب على مدى توافر الشروط التي تؤدي إلى ضمان سلامة انتشار الانفعال من أعلى سطح البلاطة البيتونية إلى أسفل المقطع الفولاذي .

وتبين الأشكال عدة نماذج من المقاطع المركبة تتطابق البلاطة البيتونية مع الجيزان الفولاذية بوساطة الوصلات القصية أو أي وسيط التحام أخرى . وقد تكون المقاطع الفولاذية متناظرة أو غير متناظرة حول المحور الأفقي كما هو مبين . ويلخص الشكل (g) كيفية حساب عزم عطالة صفائح الجسد المائلة في حالة وجود مقطع فولاذي على شكل شبه منحرف.



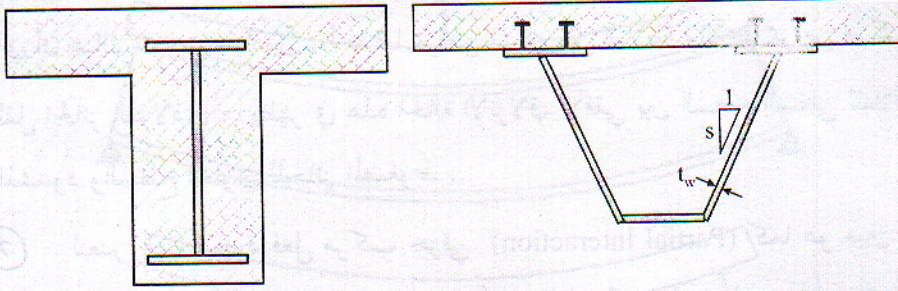
(a) مقطع مركب مع جوائز فولاذي مشكل من صفائح

(b) مقطع مركب تقليدي



(c) مقطع مركب مع جوائز فولاذي على شكل "تي" مقلوبة مع وصلات قصية أفقية

(d) مقطع مركب مع جوائز فولاذي على شكل "تي" مقلوبة



(f) مقطع مركب مغلف

(e) مقطع مركب مع جوائز فولاذي شبه صندوقي

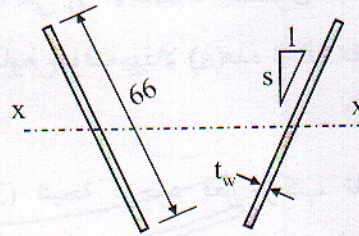
عزم عطالة صفيحي الجسد حول المحور X-X

صفیحة الجسد PL : $s = 4,66 \times 3/8$

$$I_x = \frac{s^2}{s^2 + 1} I$$

$$I = \frac{(3/8)(66)^3}{12} (2) = 17968.5$$

$$I_x = \frac{4^2}{4^2 + 1} (17968.5) = 16911.53$$



(g) عزم عطالة صفائح الجسد المائلة

حول المحور الأفقي X-X

الشكل (3-1) بعض نماذج من المنشآت المركبة

3-3 الفعل المركب Composite Action

إن الفعل المركب هو ارتباط المواد المكونة للعنصر الإنشائي مع بعضها بمثابة وحدة انشائية كاملة من أجل مقاومة الحمولات الخارجية المطبقة . يبين الشكل (3-2) مبدأ الفعل غير المركب ومبدأ الفعل المركب لعنصر إنشائي . يبين الشكل (3-2.a) جوائزاً مركباً من مادتين لكن لا يوجد تراط بين المادتين لمنع الانزلاق بينهما . أما الشكل (3-2.b) فيبين جوائزاً مركباً من مادتين لكن يوجد ترابطاً بين المادتين لمنع الانزلاق بواسطة الالتحام القصي . ويبين الشكل (3-3.a) الانفعال الناشئ عندما لا يكون هنالك التحام بين البلاطة والجوائز ، وهكذا فإن عزم الانعطاف المقاوم الكلي :

$$\Sigma M = \Sigma M_{slab} + \Sigma M_{beam} \quad (3-1)$$

أي أن هناك محورين حياديين ، أحدهما يمر من مركز ثقل البلاطة والآخر يمر من مركز ثقل الجائز الفولاذي . يظهر في هذه الحالة الانزلاق الأفقي بين السطح السفلي للبلاطة المشدود والسطح العلوي للجائز المضغوط .

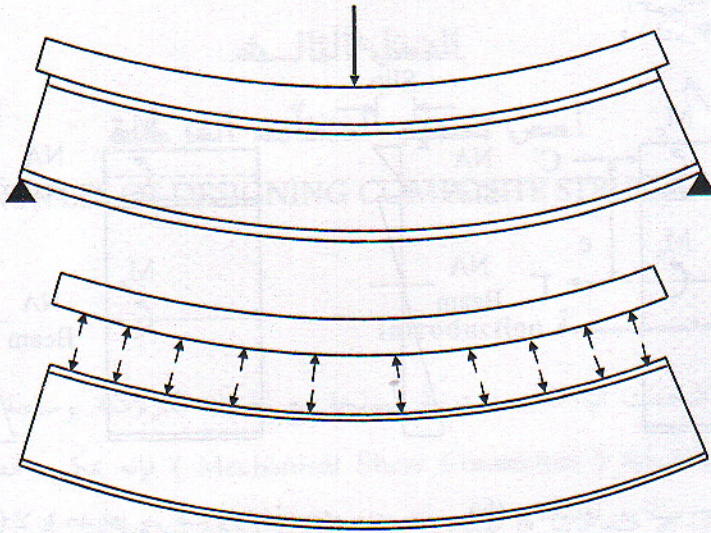
لنعتبر حالة وجود فعل مركب جزئي (Partial Interaction) كما هو مبين في الشكل (3-3.b) ، إن المحور المحايد للبلاطة أقرب إلى الجائز بينما المحور المحايد للجائز أقرب للبلاطة . ينتج في هذه الحالة نقص في الانزلاق الأفقي ناتج عن وجود الفعل المركب الجزئي . تظهر في هذه الحالة أيضاً قوتان ، إحداهما قوة ضغط C' في البلاطة والأخرى شد T' في الجائز . إن هذه القوى ما هي إلا الاستطاعة القصوى للبلاطة البيتونية والجائز الفولاذي . إن عزم الانعطاف المقاوم سوف يزداد في هذه الحالة بمقدار $T'e'$ أو $C'e'$.

وتنشأ الحالة المركبة في الشكل (3-3.c) نتيجة لوجود فعل مركب تام (Complete Interaction) بين البلاطة والجائز كما هو مبين . يوجد في هذه الحالة محور محايد واحد للمقطع المركب . إن قوى الضغط C'' والشد T'' في هذه الحالة أكبر من C' و T' في حالة وجود فعل مركب جزئي . إن عزم الانعطاف المقاوم :

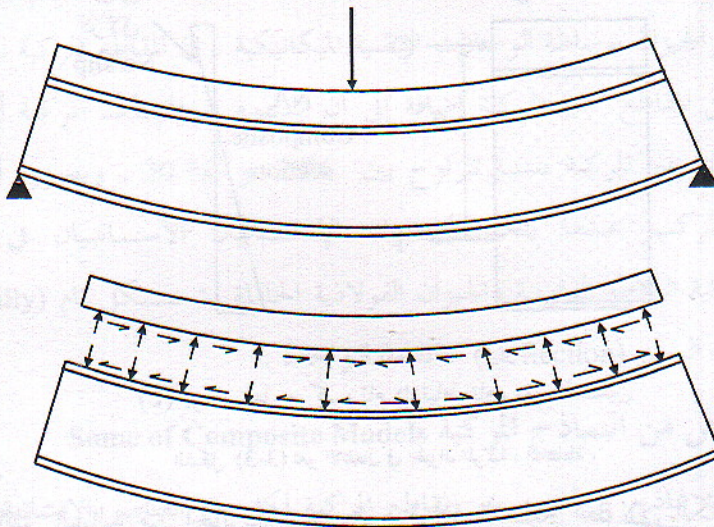
$$\Sigma M = T''e'' = C''e''$$

إن تأثير عزوم الفتل على المنشأة المركبة (Composite Superstructure) ثانوي بالمقارنة مع تأثير عزوم الانعطاف التي هي المظهر الأساسي لسلوك المنشأة تحت تأثير القوى الخارجية .

إضافة إلى ذلك يجب على المقطع المستوي قبل الانعطاف أن يبقى مستوياً وناظماً على المستوى المرجع بعد الانعطاف . يتحقق هذا الشرط حتماً إذا توافر الالتحام التام بين سطح البلاطة السفلي و سطح الجائز الفولاذي العلوي بواسطة الفعل المركب في حالة الجائز البسيط وفي المناطق الموجبة من الجائز المستمر أيضاً .



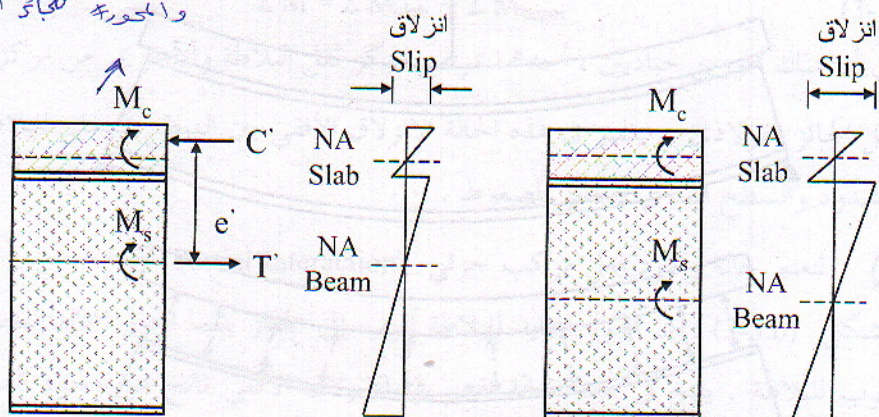
(a) لا يوجد فعل مركب (لا يوجد ارتباط بين الجسمين)



(b) يوجد فعل مركب (ارتباط بين الجسمين)

الشكل (3-2) مقارنة بين كل من الفعل غير المركب والمركب للمسهوم في الجيزان المركبة

المحور المحامي للسلالة اقرب للمحور
والمحور المحامي للمحور اقرب للمحور

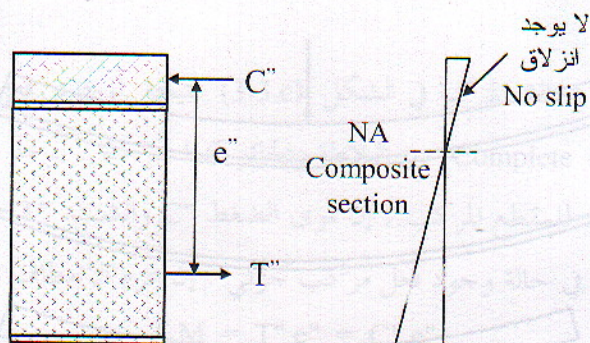


(a) لا يوجد فعل مركب (ارتباط) بين

الجسمين

(b) يوجد فعل مركب جزئي

(ارتباط جزئي) بين الجسمين



(c) يوجد فعل مركب تام (ارتباط تام) بين الجسمين

الشكل (3-3) تغير الانفعال في الجزيان المركبة (المختلطة)

أما في المناطق السالبة من الجوائز المستمر يقوم فولاذ التسليح الطولاني الكائن ضمن العرض الفعّال للبلاطة بتأمين الفعل المركب بين البلاطة البيتونية المعرضة للشد والجوائز الفولاذي. ورغم إهمال دور البيتون المشدود للبلاطة في المناطق السالبة في الحسابات الإنشائية ، فإنها تقوم بفعل مركب ما من خلال كمية فولاذ التسليح الطولاني .

3-4 إيجاد الإجهادات الناتجة عن الحمولات الواقعة على المقطع المركب

Flexural Stresses Due to Loads on Composite Section

لا يتحمل البيتون سوى إجهاد شد خفيف وهكذا فإنه يجب الحرص على أن يمر المحور المحايد A.N. في الجزء العلوي من الجائز الفولاذي. وينخفض هذا المحور نحو الأسفل في المنشآت المركبة. بمرور الزمن نظراً لانخفاض قيمة E_c الفعلية بسبب الزحف أو السيالان. ونظراً لإهمال أثر فولاذ التسليح الطولي في البلاطة في حساب مواصفات المقطع فإنه غالباً ما يقع المحور المحايد على ارتفاع أعلى مما هو محسوب عليه.

أ - الحساب المباشر للإجهادات (الناتجة عن عزم الانعطاف M المطبق بعد تصلب البلاطة) في أقصى ألياف المقطع المركب ، الشكل (3-4) .

- العزم الستاتيكي حول المحور المار من G_c (Assume: $\mu = A_s / A_c$) :

$$\left. \begin{aligned} (A_s + \frac{A_c}{n}) z_c &= A_s z \\ z_c &= \frac{A_s}{A_s + (A_c / n)} z = \frac{n\mu}{n\mu + 1} z \end{aligned} \right\} \quad (3-2)$$

- العزم الستاتيكي حول المحور المار من G_s :

$$\left. \begin{aligned} (A_s + \frac{A_c}{n}) z_s &= \frac{A_c}{n} z \\ z_s &= \frac{(A_c / n)}{A_s + (A_c / n)} z = \frac{1}{n\mu + 1} z \end{aligned} \right\} \quad (3-3)$$

- عزم عطالة المقطع غير المركب (وتستعمل أيضاً للمقطع الدائري فقط)

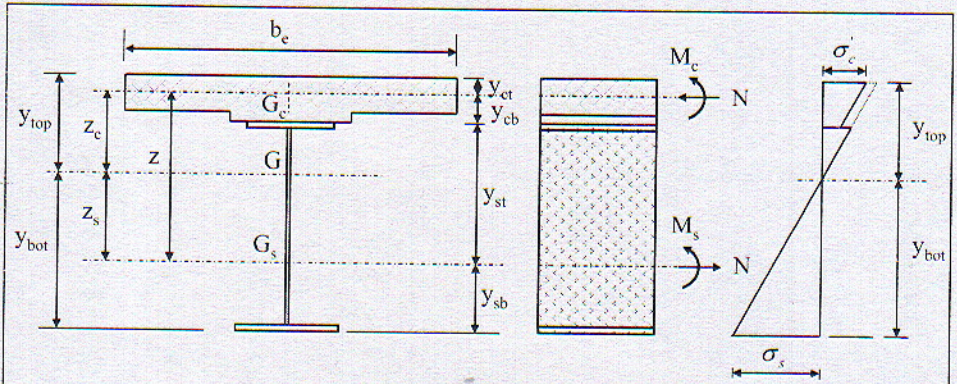
$$I_s + (I_c / n)$$

- عزم عطالة المقطع المركب (المختلط) بشكل عام :

$$I_{tr} = I_s + (I_c / n) + A_s z_s^2 + (A_c / n) z_c^2$$

سيتم إيجاد الحد : $A_s z_s^2 + (A_c / n) z_c^2$ بدلالة z بالاستفادة من العلاقتين

(3-2) , (3-3) وفقاً لما يلي:



G = مركز ثقل المقطع المركب المتجانس المحوّل إلى فولاذ مكافئ

G_c = مركز ثقل المقطع العرضي لجزء البلاطة الفعّال

G_s = مركز ثقل مقطع الجائز الفولاذي

A_c = مقطع البلاطة البيتونية الفعّال ($A_c = b_e t_c$)

I_c = عزم عطالة مقطع البلاطة البيتونية حول G_c

z_c = بعد مركز الثقل G عن G_c

A_s = مقطع الجائز الفولاذي

I_s = عزم عطالة مقطع الجائز الفولاذي حول G_s

z_s = بعد مركز الثقل G عن G_s

I_{tr} = عزم عطالة المقطع المركب المتجانس

الشكل (3-4) مقطع مركب متجانس

$$\begin{aligned}
 A_s z_s^2 + \frac{A_c}{n} z_c^2 &= A_s \frac{(A_c/n)^2}{[A_s + (A_c/n)]^2} z^2 + \frac{A_c}{n} \frac{A_s^2}{[A_s + (A_c/n)]^2} z^2 \\
 &= z^2 \frac{(A_s A_c)/n}{[A_s + (A_c/n)]^2} [A_s + \frac{A_c}{n}] \\
 A_s z_s^2 + \frac{A_c}{n} z_c^2 &= A_c z^2 \frac{\mu}{1 + n\mu}
 \end{aligned}$$

وهكذا فإن عزم العطالة المركب (المختلط) :

$$I_{tr} = I_s + \frac{I_c}{n} + A_c z^2 \frac{\mu}{1 + n\mu}$$

- صلابة المقطع المركب (المختلط) :

$$(EI)_{comp} = E_s I_s + E_c I_c + z^2 \frac{E_s A_s E_c A_c}{E_s A_s + E_c A_c}$$

- مساحة المقطع المركب (المختلط) :

$$A_w = A_s + (A_c / n)$$

وبعد الليف السفلي للمقطع المركب عن موقع المحور المحايد G كما هو مبين في الشكل:

$$y_{bot} = b_i + z_s = b_i + \frac{z}{1 + n\mu}$$

أما أبعد ليف علوي للمقطع المركب عن المحور G فهو :

$$y_{top} = a_c + z_c = a_c + \frac{n\mu}{1 + n\mu} z$$

وهكذا فإن الإجهادات في أقصى ألياف المقطع المركب :

$$\sigma'_c = \frac{M y_{top}}{n I_{tr}} \quad \text{and} \quad \sigma_s = \frac{M y_{bot}}{I_{tr}} \quad (3-4)$$

ب - حساب الإجهادات (الناجمة عن عزم الانعطاف M المطبق بعد تصلب البلاطة) في المقطع المركب استناداً إلى القوى والعزوم الداخلية :

يتم تعويض عزم الانعطاف المطبق M بمزدوجتين M_c , M_s وقوتين عموديتين متساويتين N وباتجاهين متعاكسين بحيث تشكلان مزدوجة N z .

وهكذا فإن توازن المقطع المركب يقتضي :

$$M = M_c + M_s + Nz$$

تجدر الإشارة إلى أنه في حالة وجود فعل مركب تام وفي حالة وجود عزم انعطاف خارجي ناتج عن الحمولات الخارجية تكون الحصص على النحو التالي :

$$M_s = 12.5\% , M_c = 12.5\% , N z = 75\%$$

إن تساوي نصف قطر الانحناء في الألياف يؤدي إلى $(\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI})$:

$$\frac{M}{I_{tr}} = \frac{M_s}{I_s} = \frac{M_c}{(I_c/n)} \quad (3-5)$$

يمكن كتابة ما يلي بناءً على العلاقة (3-5) :

$$M_s = \frac{I_s}{I_{tr}} M \quad \text{and} \quad M_c = \frac{I_c}{n I_{tr}} M \quad (3-5.a)$$

ويمكن كتابة ما يلي أيضاً بناءً على العلاقتين (3-5.a) :

عند الموقع G_c :

$$\sigma_{Gc} = \frac{N}{A_c} = \frac{M_c z_c}{I_c} = \frac{M}{n I_{tr}} z_c \quad \text{then,} \quad N = \frac{A_c}{n I_{tr}} z_c M$$

وعند الموقع G_s :

$$\sigma_{Gs} = \frac{N}{A_s} = \frac{M_s z_s}{I_s} = \frac{M}{I_{tr}} z_s \quad \text{then,} \quad N = \frac{A_s}{I_{tr}} z_s M$$

$$N = \frac{A_c}{n I_{tr}} z_c M = \frac{A_s}{I_{tr}} z_s M$$

وهكذا فإن الإجهادات الناتجة عن الحمولات بعد تصلب البلاطة في أقصى ألياف

المقطع المركب (حدود المعادلات معرفة في الشكل 3-4) فهي:

For Steel:

$$\sigma_{st} = + \frac{N}{A_s} - \frac{M_s y_{st}}{I_s} , \quad \sigma_{sb} = + \frac{N}{A_s} + \frac{M_s y_{sb}}{I_s} \quad (3-6.a)$$

For Concrete:

$$\sigma_{ct} = - \frac{N}{A_c} - \frac{M_c y_{ct}}{I_c} , \quad \sigma_{cb} = - \frac{N}{A_c} + \frac{M_c y_{cb}}{I_c} \quad (3-6.b)$$

تضاف إلى هذه الإجهادات تلك الناتجة عن الحمولات قبل تصلب البلاطة والمطبقة

على المقطع الفولاذي أو:

$$\sigma_{st} = M_D y_{st} / I_s , \quad \sigma_{sb} = M_D y_{sb} / I_s$$

حيث:

M_D = عزم الانعطاف الناتج عن الحمولات المطبقة قبل تصلب البلاطة البيتونية

ج- استنتاج الإجهادات في المقطع غير المركب (دون وجود اتصال ميكانيكي بين البلاطة البيتونية والجائز الفولاذي) :

بالعودة مرة أخرى إلى العلاقتين (3-5.a) اللتين تعطيان حصة كل من الجائز الفولاذي والبلاطة من العزم M المطبق على المقطع المركب أو :

$$M_s = \frac{I_s}{I_{tr}} M \quad \text{and} \quad M_c = \frac{I_c}{n I_{tr}} M \quad (3-5.a)$$

ففي حالة عدم وجود فعل مركب يمكن كتابة حصة كل من الجائز الفولاذي والبلاطة

البيتونية من عزم الانعطاف المطبق M على المقطع وفقاً لما يلي :

عزم عطالة المقطع دون وجود فعل مركب :

$$I_{tr} = I_s + (I_c / n)$$

$$M_s = \frac{I_s}{I_s + (I_c / n)} M = \frac{E_s I_s}{E_s I_s + E_c I_c} M$$

$$M_c = \frac{I_c}{n [I_s + I_c / n]} M = \frac{E_c I_c}{E_s I_s + E_c I_c} M$$

$$\sigma_s = \frac{M_s y_s}{I_s} \quad \text{And} \quad \sigma_c = \frac{M_c y_c}{I_c}$$

$$\sigma_s = \frac{M_s}{(I_s / y_s)} = \frac{M_s}{S_s} \quad \text{And} \quad \sigma_c = \frac{M_c}{(I_c / y_c)} = \frac{M_c}{S_c}$$

حيث :

y_c = بعد الليف البيتوني عن مركز ثقل مقطع البلاطة البيتونية .

y_s = بعد الليف الفولاذي عن مركز ثقل مقطع الجائز الفولاذي

المثال (3-1) :

أوجد الإجهادات في المقطع المركب المبين في الشكل (3-5) بدلالة العزم M الذي

يتحمله المقطع المركب (بعد تصلب البلاطة البيتونية). المعطيات :

$$\text{Concrete Slab : } b_e = 198 \text{ cm , } t_c = 17 \text{ cm , } n = 10$$

$$\text{Steel Section: W 760 x 172.6 , } d = 76.20 \text{ cm}$$

$$A_s = 220.6 \text{ cm}^2 , I_s = 205200 \text{ cm}^4$$

$$b_f = 26.7 \text{ cm , } t_f = 2.16 \text{ cm , } t_w = 1.44 \text{ cm}$$

الحل :

حساب البعد بين محوري البيتون والفولاذ :

$$I_c = (1/12) (198) (17)^3 = 81064.50 \text{ cm}^4$$

$$A_c = 198 (17) = 3366 \text{ cm}^2 , z = \frac{1}{2} (d + t_c) = 46.6 \text{ cm}$$

$$\mu = A_s / A_c = 220.6 / 3366 = 0.06554$$

$$z_c = \frac{n\mu}{1 + n\mu} z = \frac{0.6554}{1.6554} (46.6) = 18.45 \text{ cm}$$

$$z_s = \frac{z}{1 + n\mu} = \frac{46.6}{1.6554} = 28.15 \text{ cm}$$

$$\text{Check : } z_c + z_s = 18.45 + 28.15 = 46.6 \text{ cm} = z \quad \text{o.k.}$$

مركز ثقل المقطع المركب:

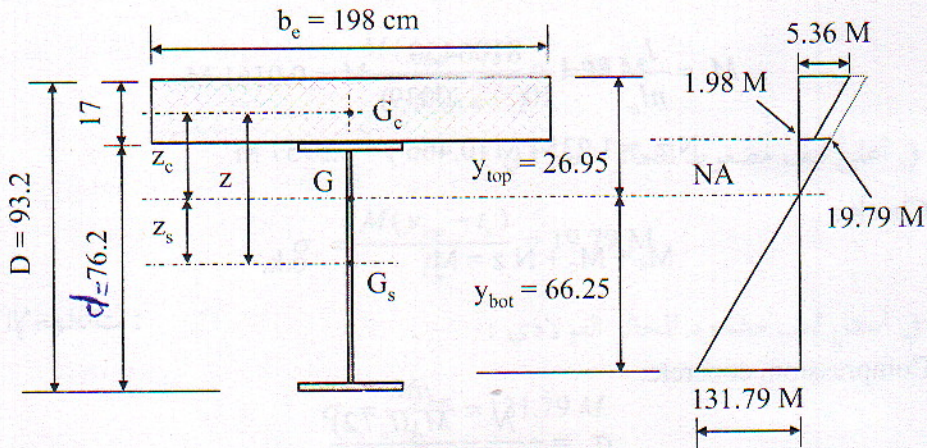
$$y_{\text{bot}} = (d / 2) + z_s = (76.2 / 2) + 28.15 = 66.25 \text{ cm}$$

$$y_{\text{top}} = D - y_{\text{bot}} = 93.2 - 66.25 = 26.95 \text{ cm}$$

عزم عطالة المقطع المركب :

$$I_{tr} = I_s + \frac{I_c}{n} + A_c Z^2 \frac{\mu}{1 + n\mu}$$

$$\begin{aligned} I_{tr} &= 205200 + \frac{81064.50}{10} + 3366(46.6)^2 \frac{0.06554}{1.6554} \\ &= 502700.39 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$



الشكل (3-5) المثال (3-1)

مساحة المقطع المركب :

$$A_{tr} = A_s + A_c/n = 220.6 + (3366/10) = 557.20 \text{ cm}^2$$

آ - الطريقة الأولى :

$$\sigma_c = \frac{My_{top}}{nI_{tr}} = \frac{M(26.95)(10)^{-2}}{10(502700.39)(10)^{-8}} = 5.36 \text{ M}$$

$$\sigma_c = \frac{M(y_{top} - t_c)}{nI_{tr}} = \frac{M(26.95 - 17)(10)^{-2}}{10(502700.39)(10)^{-8}} = 1.98 \text{ M}$$

$$\sigma_s = \frac{M(y_{top} - t_c)}{I_{tr}} = \frac{M(26.95 - 17)(10)^{-2}}{502700.39(10)^{-8}} = 19.79 \text{ M}$$

$$\sigma_s = \frac{My_{bot}}{I_{tr}} = \frac{M(66.25)(10)^{-2}}{502700.39(10)^{-8}} = 131.79 \text{ M}$$

ب - الطريقة الثانية :

$$N = \frac{A_c z_c M}{nI_{tr}} = \frac{3366(10)^{-4}(18.45)(10)^{-2}}{10(502700.39)(10)^{-8}} M = 1.2354 \text{ M}$$

$$N = \frac{A_s z_s M}{I_{tr}} = \frac{220.6(10)^{-4}(28.15)(10)^{-2}}{502700.39(10)^{-8}} M = 1.2354 \text{ M}$$

$$M_s = \frac{I_s}{I_{tr}} M = \frac{205200}{502700.39} M = 0.4082 \text{ M}$$

$$M_c = \frac{I_c}{nI_{tr}} M = \frac{8106450}{10(0.0270039)} M = 0.0161 M$$

$$N z = 1.2354 M (0.466) = 0.5757 M$$

Check :

$$M_s + M_c + N z = M \quad \text{o.k.}$$

الإجهادات :

Compression, concrete:

$$\sigma_c = -\frac{N}{A_c} - \frac{M_c(t_c/2)}{I_c}$$

$$\sigma_c = \frac{-1.2354 M}{3366(10)^{-4}} - \frac{0.0161 M (0.085)}{81064.5(10)^{-8}} = -5.36 M$$

$$\sigma_c = -\frac{N}{A_c} + \frac{M_c(t_c/2)}{I_c} = -1.98 M$$

Tension, steel:

$$\sigma_s = \frac{N}{A_s} + \frac{M_s(d/2)}{I_s} = 131.79 M$$

ج- الطريقة الثالثة :

$$y_{bot} = \frac{\sum A y}{\sum A} = \frac{t_c(b_e/n)[d + (t_c/2)] + A_s(d/2)}{t_c(b_e/n) + A_s} = 66.25 \text{ cm}$$

$$y_{top} = 26.95 \text{ cm}$$

$$I_{tr} = \frac{(b_e/n)t_c^3}{12} + t_c(b_e/n)[y_{top} - (t_c/2)]^2 + I_s + A_s[y_{bot} - (d/2)]^2$$

$$I_{tr} = 502694.33 \text{ cm}^4$$

في أعلى ليف مضغوط للبيتون :

$$\sigma_c = \frac{M y_{top}}{n I_{tr}} = 5.36 M$$

في أسفل ليف مضغوط للبيتون :

$$\sigma_c = \frac{M(y_{top} - t_c)}{nI_{tr}} = 1.98 \text{ M}$$

في أعلى ليف مضغوط للجائز الفولاذي :

$$\sigma_s = \frac{M(y_{top} - t_c)}{I_{tr}} = 19.79 \text{ M}$$

في أسفل ليف مشدود للجائز الفولاذي :

$$\sigma_s = \frac{My_{bot}}{I_{tr}} = 131.79 \text{ M}$$

د- حالة المقطع غير المركب (لا يوجد التحام بين المادتين) :

يتم إيجاد الإجهادات على الشكل التالي (الشكل 3-6) :

$$E_c = E_s/n = 200\,000/10 = 20000 \text{ MPa}$$

$$E_c I_c + E_s I_s =$$

$$[20000(81064.50) + 200\,000 (205200)] (10)^{-8} = 426.61 \text{ MN.m}^2$$

عزم عطالة المقطع غير المركب والعزوم في المادتين :

$$I_{tr} = I_s + (I_c/n)$$

$$I_{tr} = 205\,200 + (81064.50/10) = 213\,306.45 \text{ cm}^4$$

$$M_c = \frac{E_c I_c}{E_c I_c + E_s I_s} M = \frac{(I_c/n)}{I_{tr}} M = 0.038 \text{ M}$$

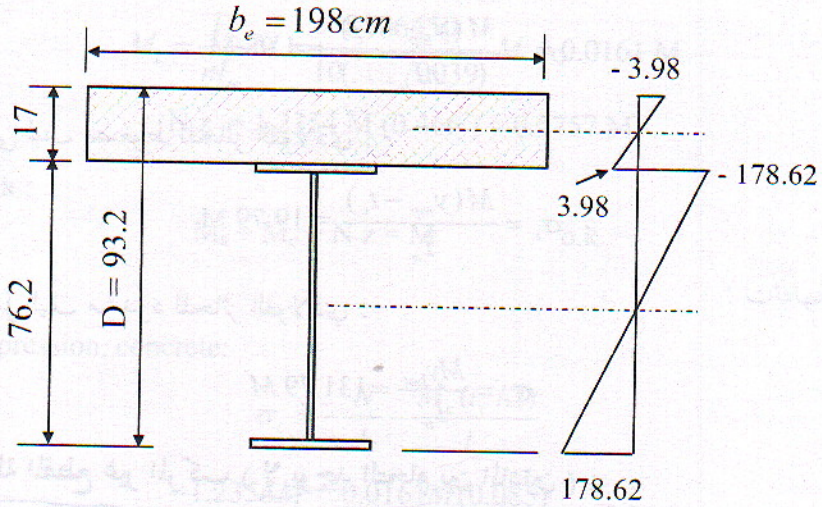
$$M_s = \frac{E_s I_s}{E_c I_c + E_s I_s} M = \frac{I_s}{I_{tr}} M = 0.962 \text{ M}$$

الإجهاد في ألياف البيتون للضغط والشد:

$$\sigma'_{ct} = \frac{-M_c y_{ct}}{I_c} = \frac{-0.038 M (17/2)(10)^{-2}}{81064.50(10)^{-8}} = -3.98 \text{ M} \dots \text{Comp.}$$

$$\sigma'_{cb} = \frac{+M_c y_{cb}}{I_c} = +3.98 \text{ M} \dots \text{Tension}$$

الإجهادات في ألياف الفولاذ :



الشكل (3-6) المقطع غير المركب (غير متجانس)

$$\sigma_{st} = \frac{-M_s y_{st}}{I_s} = \frac{-0.962 M (76.2/2)(10)^{-2}}{205200(10)^{-8}} = -178.62 \text{ M Comp.}$$

$$\sigma_{sb} = \frac{+M_s y_{sb}}{I_s} = +178.62 \text{ M Tension}$$

3-5 طريقة بوزمان R. Busemann Method (مطوّر لبريغ)

إن طريقة بوزمان هي طريقة تخطيطية لحساب الإجهادات آخذة في الحسبان تأثير الانكماش والزحف. يبين الشكل (3-7) الخطوات الرئيسية لهذه الطريقة. نضع على محور التناظر y-y فواصل مراكز الثقل: G_c للبيتون و G_s للحائز الفولاذي و G للمقطع المركب ثم نرسم ابتداءً من النقاط G_c و G_s المسافات:

$$\overline{G_s R_s} = i_s \text{ and } \overline{G_c R_c} = i_c$$

حيث:

$$i_s^2 = I_s / A_s = \text{نصف قطر التآرجح لمقطع الفولاذ} = i_s$$

$$i_c^2 = I_c / A_c = \text{نصف قطر التآرجح لمقطع البيتون} = i_c$$

نرسم دائرة تمر من النقطتين R_c, R_s يقع قطرها على المحور y-y. تقطع الدائرة

المحور y-y بنقطتين k_1, k_2 . إذا طبقت قوة ناظرية N_1 في النقطة k_1 فإن المحور المحايد لمخطط توزيع الإجهادات في المقطع المركب الناجم عن هذه القوة يقع في k_2 . وعلى العكس إذا تم تطبيق قوة ناظرية N_2 في النقطة k_2 فإن المحور المحايد لمخطط الإجهادات يقع في k_1 .

لنبرهان على ذلك يجب أن نلاحظ أولاً أن قيمة نصف قطر التآرجح للمقطع المركب يساوي $\overline{GR_n} = i_n$ مهما كانت قيمة أمثال التعادل n بين الفولاذ والبيتون. وجدنا عزم عطالة المقطع المركب من البيتون والفولاذ سابقاً :

$$I_w = A_w i_n^2 = I_s + \frac{I_c}{n} + A_c z^2 \frac{\mu}{1 + n\mu} \quad (3-7)$$

حيث :

$$A_w = A_s + (A_c/n)$$

$$I_s = A_s i_s^2, \quad I_c = A_c i_c^2, \quad I_w = A_w i_n^2$$

$$A_s Z_s = \frac{A_c}{n} z_c$$

$$n = \frac{z_c}{\mu z_s}, \quad z = z_c + z_s$$

نعوض في العلاقة (3-7) فنجد :

$$i_n^2 (A_s + \frac{A_c}{n}) = A_s i_s^2 + \frac{A_c}{n} i_c^2 + z A_s z_s \quad (3-8)$$

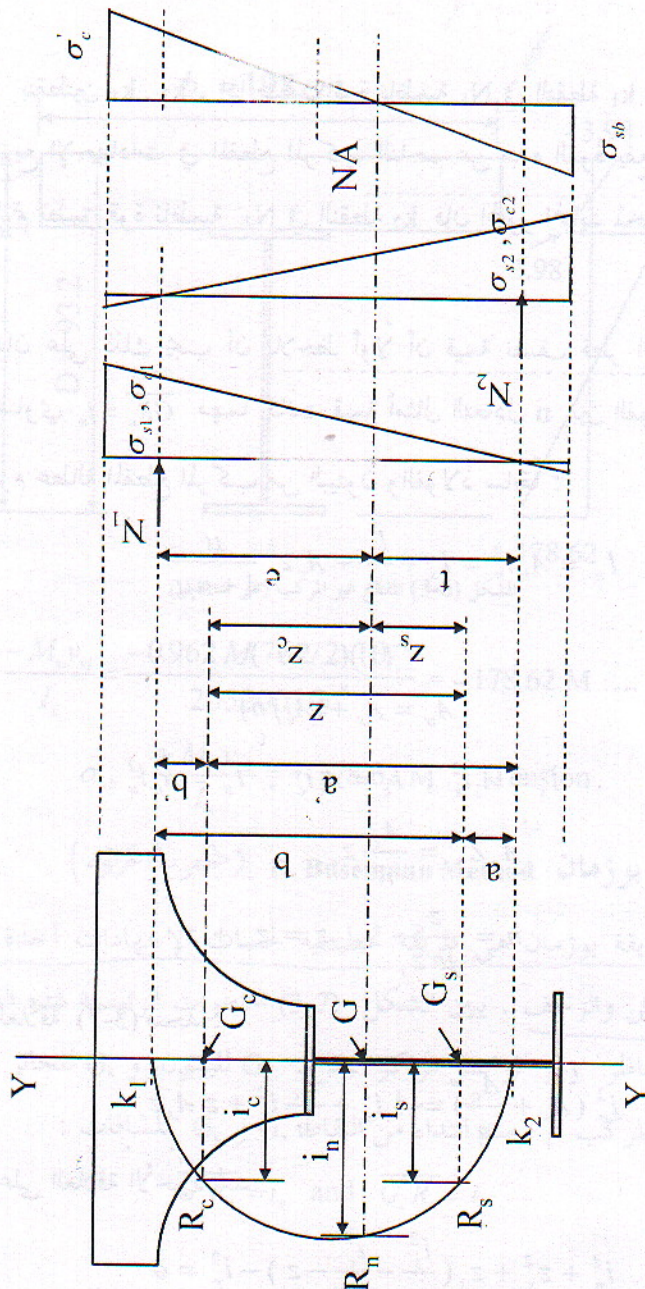
بعد العمل على العلاقة الأخيرة نجد :

$$i_n^2 + z_s^2 + z_s (\frac{i_s^2}{z} - \frac{i_c^2}{z} - z) - i_s^2 = 0 \quad (3-9)$$

وهي معادلة من الدرجة الثانية وتمثل قوس دائرة يمر من النقطة R_s من أجل: $z_s = 0$

ومن النقطة R_c إذا كانت: $z_s = z$

والإجهاد في نقطة ما تبعد عن G مسافة t تحت تأثير القوة N_1 المؤثرة في النقطة k_1 :



الشكل (3-7)

$$\sigma_t = -\frac{N_1}{A_{rr}} + \frac{N_1 e}{I_{rr}} t$$

ينعدم هذا الإجهاد من أجل :

$$\frac{N_1}{A_{rr}} = \frac{N_1 e}{I_{rr}} t \quad \text{or} \quad t = \frac{I_{rr}}{A_{rr}} \frac{1}{e} \quad \text{or}$$

$$t = \frac{j^2}{e} \quad \text{or} \quad t = \dots \quad (3-10)$$

أي في النقطة k_2 الواقعة عند تقاطع الدائرة مع محور التناظر y-y .
 لقد حلل بوزمان المقطع المركب من الفولاذ والبيتون من دون أن يغير من خواصه إلى
 مقطعين متمركزين حول النقطتين k_1 ، k_2 . يتم توزيع مقطع الفولاذ بين k_1 ، k_2
 إلى مقطعين جزئيين يتناسبان عكساً مع ذراعي الرافعة a ، b بالنسبة للنقطة G_s
 نفرض إذاً أنه يوجد في النقطة k_2 :

$$A_{s2} = \frac{b}{a+b} A_s \quad (3-11)$$

وفي النقطة K_1 :

$$A_{s1} = \frac{a}{a+b} A_s \quad (3-12)$$

وبطريقة مشابهة يتم توزيع مقطع البيتون بين k_1 ، k_2 إلى مقطعين جزئيين يتناسبان
 عكساً مع a' و b' بالنسبة للنقطة G_c .
 يوجد في النقطة k_1 :

$$A_{c1} = \frac{a'}{a'+b'} A_c \quad (3-13)$$

وفي النقطة k_2 :

$$A_{c2} = \frac{b'}{a'+b'} A_c \quad (3-14)$$

نستنتج مما سبق أنه يمكن الحصول في النقطة k_2 على عنصر مركب من الفولاذ والبيتون مقطعه :

$$A_{s2} + \frac{A_{c2}}{n} = \frac{b}{a+b} A_s + \frac{b'}{a'+b'} \frac{A_c}{n} \quad (3-15)$$

وبطريقة مشابهة نحصل على عنصر مركب آخر في النقطة k_1 :

$$A_{s1} + \frac{A_{c1}}{n} = \frac{b}{a+b} A_s + \frac{a'}{a'+b'} \frac{A_c}{n} \quad (3-16)$$

لا يتغير كل من المقطع الكلي للجائز وعزم العطالة نتيجة لهذا التوزيع . وهكذا فإن عزم العطالة بالنسبة للفولاذ :

$$I_s = A_{s1} b^2 + A_{s2} a^2$$

$$I_s = \frac{a}{a+b} A_s b^2 + \frac{b}{a+b} A_s a^2 = A_s a b$$

لدينا :

$$a.b = \overline{G_s R_s}^2 = i_s^2$$

$$I_s = A_s a b = A_s i_s^2 \quad \text{وهكذا نجد :}$$

كذلك بالنسبة للبيتون نجد وبالاسلوب نفسه أن عزم العطالة لا يتغير .

يمكن بعد هذا التحليل إبدال القوى المؤثرة في الجائز بقوى ناظرية مطبقة في

k_1 ، k_2 . وهكذا يمكن تحليل العزم M المطبق على العنصر إلى قوتين ناظمتين :

$$N_2 = -N_1 = -\frac{M}{a+b} , \quad N_1 = \frac{M}{a+b}$$

مطبقتين في k_1 ، k_2 كما هو مبين في الشكل . يمكن إيجاد الإجهادات الناجمة عن

ذلك في النقاط k_1 ، k_2 وفق ما يلي :

للفولاذ Steel :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{s1} &= \frac{N_1}{A_{s1} + \frac{A_{c1}}{n}} = \frac{M}{(a+b)(A_{s1} + \frac{A_{c1}}{n})} \\ \sigma_{s2} &= \frac{-N_2}{A_{s2} + \frac{A_{c2}}{n}} = \frac{-M}{(a+b)(A_{s2} + \frac{A_{c2}}{n})} \end{aligned} \right\} \quad (3-17)$$

وللبيتون Concrete:

$$\sigma_{c1} = \frac{\sigma_{s1}}{n} \quad \text{and} \quad \sigma_{c2} = \frac{\sigma_{s2}}{n} \quad (3-18)$$

يمكن ومن أجل الحصول على الإجهادات في الألياف القصوى تمديد المستقيم الذي يصل النقاط الممثلة للاجهاد في k_1 ، k_2 .

وبهذا فإنه يمكن تحليل المقطع المركب إلى عنصرين مستقلين يتحمل كل منهما جهداً ناظمياً بحيث يمكن تعيين الإجهادات في مركزي ثقل هذين العنصرين ، أي في النقطتين k_1 ، k_2 ومن ثم رسم مخطط توزيع الإجهادات بشكل غرافيكي ونحصل بذلك على التوزيع النهائي للإجهادات في جميع المقاطع . تجدر الملاحظة إلى أن هذه الطريقة مستقلة نوعاً ما عن أمثال التعادل n . فإذا أردنا إجراء الحساب من أجل قيمة أخرى للأمثال n فإن النقطتين k_1 ، k_2

تبقيان ثابتتين ولا يتوجب على ذلك إعادة حساب موقع الليف المحايد أو عزم العطالة للجائز المركب . ولا تتغير أيضاً المقاطع الجزئية A_{c1} ، A_{c2} ، A_{s1} ، A_{s2} .

يمكن إهمال عزم العطالة الذاتي لمقطع بلاطة البيتون إذا كانت ضعيفة بالنسبة لمقطع الفولاذ من أجل تبسيط الحساب ، تنطبق في هذه الحالة k_1 على G_c وتنعدم

$$b' \text{ و } A_{c2} . \text{ يبقى موقع } k_2 \text{ معيناً وفق العلاقة : } a.b = i_s^2$$

المثال (3-2) :

أوجد استناداً إلى طريقة بوزمان الإجهاد في كل من أقصى ألياف البيتون والفولاذ للمقطع المركب المبين في الشكل (3-8) .

المعطيات :

$M = 830 \text{ KN.m}$	العزم الخارجي
$b_e = 181 \text{ cm} , t_c = 10 \text{ cm} \quad n = 9$	البلاطة البنية
W 530 x 92.3 AISC $A = 118.10 \text{ cm}^2 , I_s = 55360 \text{ cm}^4$ $d = 53.3 \text{ cm} , b_f = 20.9 , t_f = 1.56 , t_w = 1.02 \text{ cm}$	المقطع الفولاذي
$b_p \times t_p = 18 \times 2.5 = 45 \text{ cm}^2$	صفحة التغطية

الحل :

- مركز ثقل الفولاذ G_s (جائر فولاذي + صفحة تغطية) ابتداءً من الليف السفلي

$$y_{sb} = 21.45 \text{ cm} \quad \text{للمقطع :}$$

- مركز ثقل المقطع المركب G ابتداءً من الليف السفلي للمقطع المركب :

$$y_{bot} = 43.18 \text{ cm}$$

- مساحة المقطع المركب :

$$A_{tr} = 118.10 + 45 + (1/9) (181) (10) = 364.21 \text{ cm}^2$$

- عزم عطالة المقطع المركب :

$$I_{tr} = 221859.73 \text{ cm}^4$$

- نصف قطر العطالة للمقطع المركب :

$$i_n = \sqrt{I_{tr} / A_{tr}} = 24.68 \text{ cm}$$

- نصف قطر العطالة للفولاذ :

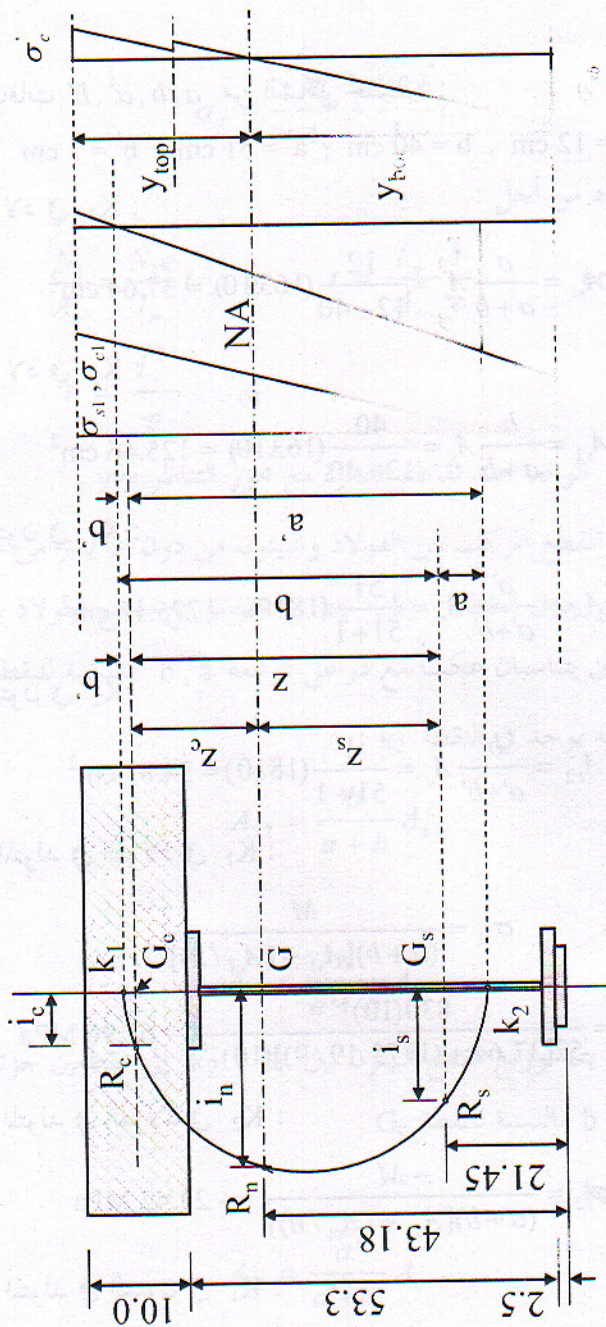
$$A_s = 118.10 + 45 = 163.10 \text{ cm}^2$$

$$I_s = 80747.39 \text{ cm}^4 , i_s = 22.25 \text{ cm}$$

- نصف قطر العطالة للبيتون :

$$A_c = 181 (10) = 1810 \text{ cm}^2$$

$$I = \frac{1}{12} (181)(10)^3 = 1508333 \text{ cm}^4 \Rightarrow i_c = 2.89 \text{ cm}$$



الشكل (3-8)

- نوجد المسافات a, b, a', b' من الشكل تخطيطياً :

$$a = 12 \text{ cm} , b = 40 \text{ cm} , a' = 51 \text{ cm} , b' = 1 \text{ cm}$$

- مقطع الفولاذ في K_1 :

$$A_{s1} = \frac{a}{a+b} A_s = \frac{12}{12+40} (163.10) = 37.64 \text{ cm}^2$$

- مقطع الفولاذ في K_2 :

$$A_{s2} = \frac{b}{a+b} A_s = \frac{40}{12+40} (163.10) = 125.46 \text{ cm}^2$$

- مقطع البيتون في K_1 :

$$A_{c1} = \frac{a'}{a'+b'} A_c = \frac{51}{51+1} (1810) = 1775.19 \text{ cm}^2$$

- مقطع البيتون في K_2 :

$$A_{c2} = \frac{b'}{a'+b'} A_c = \frac{1}{51+1} (1810) = 34.81 \text{ cm}^2$$

- الإجهاد المتولد في الفولاذ في K_1 :

$$\sigma_{s1} = \frac{M}{(a+b)[A_{s1} + (A_{c1}/n)]}$$

$$\sigma_{s1} = \frac{830(10)^{-3}}{52[37.64 + (1775.19/9)](10)^{-6}} = 67.96 \text{ MPa}$$

- الإجهاد المتولد في الفولاذ في K_2 :

$$\sigma_{s2} = \frac{-M}{(a+b)[A_{s2} + (A_{c2}/n)]} = -23.42 \text{ MPa}$$

- الإجهاد المتولد في البيتون في K_1 :

$$\sigma_{c1} = \sigma_{s1} / n = 7.55 \text{ MPa}$$

- الإجهاد المتولد في البيتون في K_2 :

$$\sigma_{c2} = \sigma_{s2} / n = -13.71 \text{ MPa}$$

- الإجهادات في أقصى الألياف :

Steel :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{sb}}{\sigma_{s2}} &= \frac{61.8}{52} \Rightarrow \sigma_{sb} = -14668 \\ \frac{\sigma_{sb}}{\sigma_{s1}} &= \frac{9.8}{52} \Rightarrow \sigma_{sb} = 1281 \end{aligned} \right\} \sigma_{sb} = 133.87 \text{ MPa}$$

Concrete:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma'_c}{\sigma_{c1}} &= \frac{61.3}{52} \Rightarrow \sigma'_{cl} = 8.90 \\ \frac{\sigma'_c}{\sigma_{c2}} &= \frac{4.5}{52} \Rightarrow \sigma_{cl} = -1.19 \end{aligned} \right\} \sigma'_c = 7.71 \text{ MPa}$$

3-6 أثر سيلان (زحف أو جريان) الببتون تحت وطأة الحمولة الدائمة

Creep Effect Under the Influence of Permanent Load

السيلان هو استمرار التغيرات التي تطرأ على المنشآت الببتونية مع مرور الزمن بالرغم من ثبات الحمولة وهو يتعلق بالمادة المشكلة والعنصر الإنشائي والجو المحيط والزمن . عند تطبيق الحمولات على المنشأ المركب (من الفولاذ والببتون) تحصل في القسم الببتوني تغيرات منها مرنة والباقي لدنة أو بلاستيكية . إن التغيرات المرنة تحصل آنياً بينما تستمر التغيرات اللدنة بتقدم الزمن ولفترة طويلة (الزحف أو السيلان) . وهكذا ستكون قيمة عامل المرونة الطولي للببتون E_c والناجمة عن التغيرات الفعلية أقل من القيمة التي نحصل عليها نتيجة التغيرات المرنة . وبعبارة أخرى ، إن استمرارية الإجهادات (ومن ثم زيادة التغيرات) المؤثرة في الألياف الببتونية بمرور الزمن تؤدي إلى تناقص مستمر في عامل المرونة الفعلي للببتون ومنه زيادة قيمة نسبة التعادل n . ينتج عن الزحف أو السيلان تراخ (نقص) في إجهادات الببتون وزيادة في إجهادات الفولاذ كما هو مبين في الشكل (3-9) . يؤدي ذلك إلى تخفيض في العزوم والقوى الناعظية للبلاطة الببتونية وزيادة هذه القوى في الجوائز الفولاذي . وفي الحالة القصوى لببتون ضعيف المقاومة أو غير مقاوم بتاتاً فإن الجوائز الفولاذي يقاوم العزم الخارجي

مدرس ١١/١١/٢٠٢٠

لوحده . تعطي العلاقتان التاليتان الإجهادات بعد إدخال أثر الزحف (السيلان) في المقطع المركب :

Concrete: $\sigma'_{cl} = \sigma'_c e^{-\alpha\psi}$ (3-19)

Steel: $\sigma_{sl} = \sigma_s \frac{1 + n\mu - e^{-\alpha\psi}}{n\mu}$ (3-20)

حيث :

σ'_{cl} = الإجهاد في البتتون بعد إدخال أثر الزحف (أو السيلان)

σ'_c = الإجهاد في البتتون قبل إدخال أثر الزحف (أو السيلان)

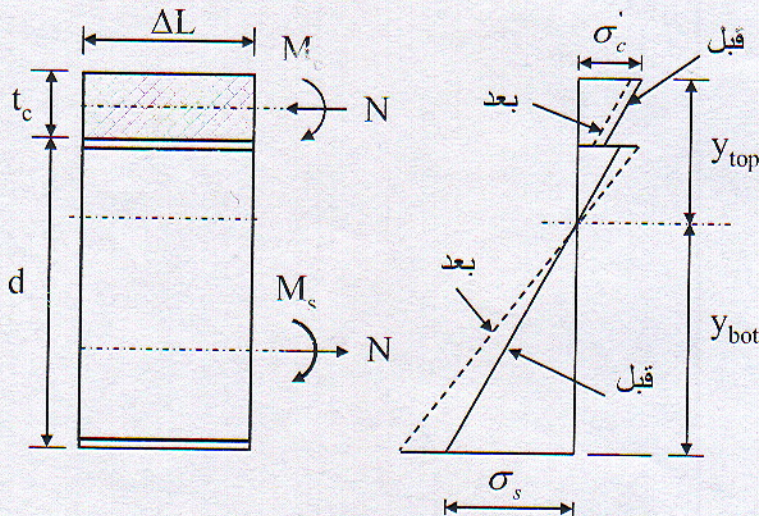
σ_{sl} = الإجهاد في الفولاذ بعد إدخال أثر الزحف (أو السيلان)

σ_s = الإجهاد في الفولاذ قبل إدخال أثر الزحف (أو السيلان)

Ψ = أمثال الزحف (أو السيلان)

α = ثابت ويساوي : $\alpha = \frac{n\mu}{1 + n\mu}$

μ = نسبة الفولاذ المتوية أو $\mu = A_s/A_c$



الشكل (3-9) تأثير الزحف

$$n = E_s / E_c \text{ أو } n = E_s / E_c$$

يمكن إعطاء القيم التالية لأمثال الزحف أو السيلان للبيتون غير المسلح ولسماكات عناصر بيتونية لا تزيد عن 75 cm .

في الماء	$\psi = 0.5 \text{ to } 1.0$
في جو رطب جداً (فوق سطح الماء مثلاً)	$\psi = 1.5 \text{ to } 2.0$
في الهواء	$\psi = 2.0 \text{ to } 3.0$
في الهواء الناشف جداً	$\psi = 2.5 \text{ to } 4.0$

وعندما تصبح سماكة البيتون بين 75 - 150 cm فإن امثال الزحف ينقص بمقدار 10% وعندما تتجاوز سماكة البيتون 150 cm فإن أمثال الزحف ينقص بمقدار 20 % .

ويمكن بطريقة بديلة إعطاء أثر الانفعال الخاص بالسيلان بدلالة مضاعفات الانفعال المرن وهذا ما نعبّر عنه بزيادة أمثال التعادل n وهكذا عمدت معظم الكودات إلى ضرب أمثال التعادل بثابت $K = 3$ لحساب الإجهادات الناتجة عن الحمولات الدائمة على المقطع المركب (المختلط) . لقد نصت المواصفات الأمريكية AASHTO 1.7.48.A على أنه من أجل الحمولات قصيرة الأمد المطبقة على المقطع المركب ، يجب استعمال القيمة النظامية لأمثال التعادل n من أجل حساب المساحة الانتقالية للبيتون . أما من أجل الحمولات طويلة الأمد حيث يحصل الزحف (أو السيلان اللدن Plastic Flow) في البيتون ، فيجب استعمال قيمة n من أجل حساب مساحة البيتون الانتقالية .

يُقسّم الكود AASHTO الحمولات المطبقة على المقطع المركب إلى الأقسام

التالية في المنشآت غير المزودة بدعائم مؤقتة :

DL : الحمولات الميتة قبل أن يصبح المقطع مقطوعاً مركباً (قبل تصلب البلاطة البيتونية) . وتشمل كلاً من الوزن الذاتي للجائز الفولاذي ووزن البلاطة البيتونية الرطبة . يقاوم هذه الحمولات الجائز الفولاذي فقط .

dl : الحمولات الدائمة بعد أن يصبح المقطع مقطوعاً مركباً (بعد تصلب البلاطة البيتونية) وتشمل كلاً من أوزان التغطية ، القواطع ، الارصفة ... الخ . يقاوم هذه الحمولات الجائز المركب بعد تحويل مساحة البيتون الفعالة إلى فولاذ مكافئ باستعمال $3n$ أو : $A'_c / n = (b_e t_c) / 3n$

LL : الحمولات الحية بعد أن يصبح المقطع مقطوعاً مركباً (بعد تصلب البلاطة البيتونية) وتشمل كل الحمولات ذات الطابع الآني . يقاوم هذه الحمولات الجائز المركب بعد تحويل مساحة البيتون الفعالة إلى فولاذ مكافئ باستعمال n .

كما ذكرت المواصفات الأمريكية AISC أنه يجب استعمال $2n$ إذا كانت الحمولة المطبقة على المقطع المركب ذات طابع دائم .

يمكن تلخيص ما سبق على الشكل التالي للمنشآت غير المزودة بدعائم مؤقتة :

AASHTO :

$$\text{Steel: } \sigma_s = \frac{M_{DL}}{S_s} + \frac{M_{dl}}{S_{tr}} + \frac{M_{LL}}{S_{tr}} \leq 0.55 F_y$$

(3n) (n)

Where: $S_s = I_s / y_s$, $S_{tr} = I_{tr} / y_{bot}$

$$\text{Concrete: } \sigma'_c = \frac{M_{dl}}{3n S_{tr}} + \frac{M_{LL}}{n S_{tr}} \leq 0.40 f'_c$$

Where: $S_{tr} = I_{tr} / y_{top}$

AISC :

$$\sigma_s = \frac{M_{DL}}{S_s} + \frac{M_{dl}}{S_{tr}} + \frac{M_{LL}}{S_{tr}} \leq 0.89 F_y$$

(2n) (n)

الزخم الشعاعي

$$\sigma'_c = \frac{M_{dl}}{2n S_{tr}} + \frac{M_{LL}}{n S_{tr}} \leq 0.45 f'_c$$

وسيتم في هذا الكتاب اعتماد :

AISC :

$$\sigma_s = \frac{M_{DL}}{S_s} + \frac{M_{dl} + M_{LL}}{S_{tr}} \leq 0.89 F_y \quad (n)$$

$$\sigma'_c = \frac{M_{dl} + M_{LL}}{n S_{tr}} \leq 0.45 f'_c$$

$$S_{eff} = \frac{M_{DL} + M_{dl} + M_{LL}}{0.66 F_y}$$

ترمز S في العلاقات السابقة إلى معامل (دالة) المقطع أو : $S = I / y$

$S_s = I_s / y_{bot}$ = معامل مقطع الجائز الفولاذي نسبة إلى أقصى ليف مشدود أو الزخم النسبي للمقطع الفولاذي نسبة إلى أقصى ليف مشدود

y_{bot} = المسافة بين أبعد ليف فولاذي مشدود والمحور المحايد للجائز الفولاذي

S_{tr} = معامل المقطع المركب نسبة إلى أبعد ليف فولاذي مشدود أو نسبة إلى أبعد

ليف بيتوني مضغوط حسب الحالة

I_{tr} = عزم عطالة المقطع المركب

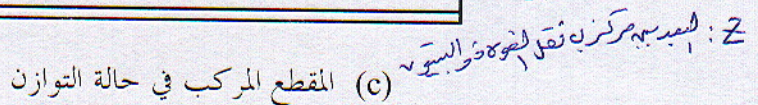
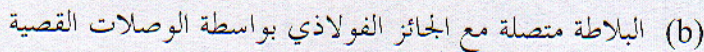
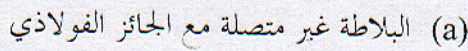
n = نسبة عامل المرونة للفولاذ إلى عامل المرونة للبيتون (نسبة التعادل)

S_{eff} = معامل المقطع المركب الفعال

3-7 أثر الانكماش Shrinkage

يتقلص بيتون البلاطة البيتونية خلال فترة الأشهر القليلة الأولى بعد الصب كما هو مبين في الشكل (3-10). يثير هذا التقلص إجهادات شد في البلاطة وإجهادات ضغط في الجناح العلوي وإجهادات شد في الجناح السفلي للجائز الفولاذي. إذا تجاوزت إجهادات الشد في البلاطة إجهاد الشد المسموح للبيتون، تتكون شقوق في

307764



البلاطة فتصبح غير فعّالة في مقاومة الإجهادات . ففي حالة الجائز البسيط وفي حالة مناطق العزوم الموجبة من الجائز المستمر ، تُغلق التشوهات الناتجة عن الحمولة شقوق التقلص في السطح العلوي وتعيد للبلاطة فعاليتها في مقاومة إجهادات الضغط . أما في مناطق العزوم السالبة للجائز المستمر ، فتسبب الحمولة انفتاحاً أكبر لشقوق التقلص ،

وهكذا فإن تجمل البلاطة عديمة إضعاف بشكل دائم في مقاومة الإجهادات في

إن ظاهرة التقلص في الحقيقة طويلة الأمد (Long-Time Phenomenon) .
وهكذا Shrinkage Stresses في البلاطة البيتونية للمقطع المركب من

(Time-dependent Permanent deformations) . نستنتج مما سبق أن الإجهادات الناتجة عن الحمولات الميتة والحية في الجيزان البسيطة وفي مناطق العزوم الموجبة للجيزان المستمرة تقاوم إجهادات الانكماش في البلاطات . أما في مناطق العزوم السالبة للجيزان المستمرة فإن إجهادات الانكماش في البلاطة غير مهمة بسبب كون البلاطة غير فعّالة في مقاومة إجهادات الشد في هذه المناطق ، ولذلك فإنه يتم إهمال تأثير الانكماش عادة في الإجهادات في البلاطة أثناء التصميم . يمكن من ناحية أخرى أن ينخفض تأثير الشد الناتج عن التقلص بعد فترة هذه المناطق . إن ظاهرة التقلص في الحقيقة طويلة الأمد (Long-Time Phenomenon) . وهكذا تكون إجهادات التقلص (Shrinkage Stresses) في البلاطة البيتونية للمقطع المركب مصحوبة بتشوهات دائمة للبيتون تعتمد على الزمن (Time-dependent Permanent deformations) .

وهكذا فإن الإجهادات الناتجة عن الحمولات الميتة والحية في الجيزان البسيطة وفي مناطق العزوم الموجبة للجيزان المستمرة تقاوم إجهادات الانكماش في البلاطات .

أما في مناطق العزوم السالبة للجيزان المستمرة فإن إجهادات الانكماش في البلاطة غير مهمة بسبب كون البلاطة غير فعّالة في مقاومة إجهادات الشد في هذه المناطق ، ولذلك فإنه يتم إهمال تأثير الانكماش عادة في الإجهادات في البلاطة أثناء التصميم . يمكن من ناحية أخرى أن ينخفض تأثير الشد الناتج عن التقلص بعد فترة زمنية طويلة بسبب الزحف (السيلان) .

بفرض أن ε الانفعال الناتج عن الفرق في التطاول بين بلاطة البيتون والجائز الفولاذي ، والناتج عن أي من الأسباب التالية : انكماش ، سيلان ، اختلاف درجة الحرارة ، فرق التمدد الحراري بين بلاطة البيتون والجائز الفولاذي كما هو مبين في الشكل (3-11) . بما أن المادتين ملتحمتان في نقطة التماس (بوساطة الوصلات القصية الميكانيكية) فإنه يجب تطبيق قوتين N_s, N_c (حيث : $N_s = N_c = N$) في مركزي ثقل المادتين من أجل تحقيق العلاقة :

$$\varepsilon = \varepsilon_c + \varepsilon_s$$

حيث :

$$\varepsilon_c = \text{الانفعال الناتج عن التقلص في البيتون}$$

$$\varepsilon_s = \text{الانفعال الناتج عن التقلص في الفولاذ}$$

يمكن كتابة الانفعالات في كل من الفولاذ ε_s والبيتون ε_c كل على حدة وفقاً لما يلي :

$$\begin{aligned} \varepsilon_s &= \frac{1}{E_s} \left\{ \frac{N}{A_s} + \frac{M_s(d_s/2)}{I_s} \right\} \\ \varepsilon_c &= \frac{1}{E_c} \left\{ \frac{N}{A_c} + \frac{M_c(t_c/2)}{I_c} \right\} \end{aligned} \quad (3-21)$$

حيث :

$$A_s, A_c = \text{مساحة كل من مقطع الفولاذ والبيتون}$$

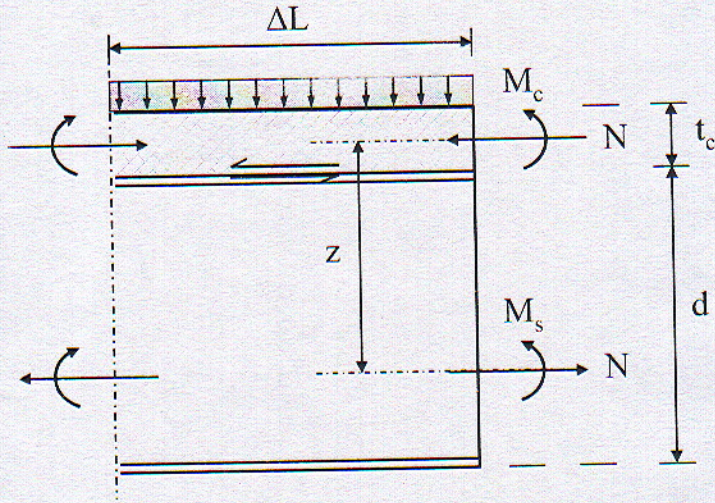
$$I_s, I_c = \text{عزما عطالة كل من مقطع الفولاذ والبيتون حول مركز كل منهما}$$

$$E_s, E_c = \text{عاملا المرونة لكل من مادتي الفولاذ والبيتون}$$

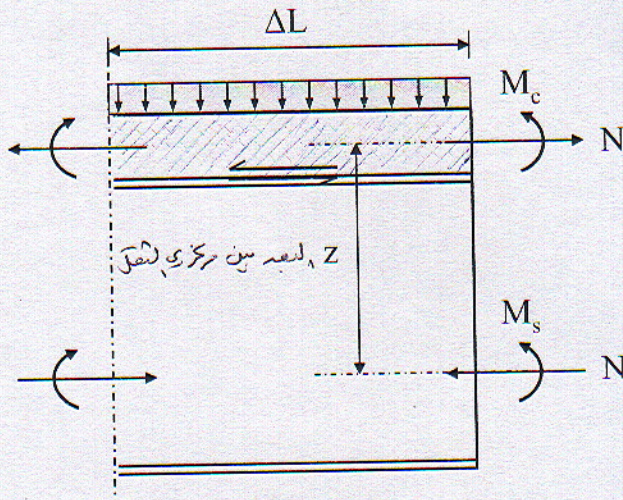
$$M_s, M_c = \text{عزما الانعطاف الداخلي لكل من الفولاذ والبيتون}$$

$$N_z = \text{عزم الانعطاف الداخلي الناتج عن الانكماش}$$

يمكن كتابة ما يلي (في حالة عدم وجود عزم انعطاف خارجي) :



(a) حالة وجود عزم انعطاف خارجي : $M_s + M_c + N z = M_u$



(b) حالة عدم وجود عزم انعطاف خارجي : $M_s + M_c = N z$

الشكل (3-11) القوى الداخلية المقطعية

$$M_s + M_c = N \cdot z \quad (3-22)$$

وقد ذكرت الفقرة 2-2 في الفصل الثاني العلاقات التالية:

$$E_c = 4729.77 \sqrt{f_c}$$

$$M = N.z$$

$$M_s = \frac{E_s I_s}{E_s I_s + E_c I_c} (M_s + M_c) \quad (3-23)$$

$$M_c = \frac{E_c I_c}{E_s I_s + E_c I_c} (M_s + M_c)$$

وبعد تعويض العلاقة (3-22) في العلاقتين السابقتين :

$$\left. \begin{aligned} M_s &= E_s I_s \frac{Nz}{E_s I_s + E_c I_c} \\ M_c &= E_c I_c \frac{Nz}{E_s I_s + E_c I_c} \end{aligned} \right\} \quad (3-24)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_s + \varepsilon_c : \text{والانفعال الكلي}$$

نعوض العلاقتين (3-21) في علاقة الانفعال الكلي فنجد :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{E_s} \left\{ \frac{N}{A_s} + \frac{M_s (d_s / 2)}{I_s} \right\} + \frac{1}{E_c} \left\{ \frac{N}{A_c} + \frac{M_c (t_c / 2)}{I_c} \right\} \\ \varepsilon &= \frac{N}{E_s A_s} + \frac{N}{E_c A_c} + \frac{M_s (d_s / 2)}{E_s I_s} + \frac{M_c (t_c / 2)}{E_c I_c} \end{aligned} \right\} \quad (3-25)$$

ويمكن كتابة الحدين الأخيرين في المعادلة (3-25) على الشكل التالي بالإفادة من

العلاقتين (3-24) :

$$\frac{M_s (d_s / 2)}{E_s I_s} + \frac{M_c (t_c / 2)}{E_c I_c} = \frac{N.z (d_s / 2)}{E_s I_s + E_c I_c} + \frac{N.z (t_c / 2)}{E_s I_s + E_c I_c} =$$

$$\frac{Nz}{E_s I_s + E_c I_c} \{ (d_s / 2) + (t_c / 2) \} = \frac{Nz^2}{E_s I_s + E_c I_c}$$

يمكن كتابة المعادلة (3-25) على الشكل التالي بالإفادة من العلاقة الأخيرة :

$$\varepsilon = \frac{N}{A_s E_s} + \frac{N}{A_c E_c} + \frac{Nz^2}{E_s I_s + E_c I_c}$$

$$N = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{A_s E_s} + \frac{1}{A_c E_c} + \frac{z^2}{E_s I_s + E_c I_c}} \quad (3-26)$$

وهكذا فإن الإجهاد في أقصى ألياف البيتون والفولاذ :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Concrete: } f_{cr} = +\frac{N}{A_c} - \frac{M_c(t_c/2)}{I_c} , \quad f_{cb} = +\frac{N}{A_c} + \frac{M_c(t_c/2)}{I_c} \\ \text{Steel: } f_{st} = -\frac{N}{A_s} - \frac{M_s(d_s/2)}{I_s} , \quad f_{sb} = -\frac{N}{A_s} + \frac{M_s(d_s/2)}{I_s} \end{array} \right\} \quad (3-27)$$

يمكن عند التصميم أخذ الآثار الأخرى في المعادلة (3-26) كالتيغير الطاريء في درجات الحرارة Δt والصيغة المناسبة لأخذ هذه الآثار هي : $\varepsilon + \varepsilon_t$

$$N = \frac{\varepsilon + \varepsilon_t}{\frac{1}{A_s E_s} + \frac{1}{A_c E_c} + \frac{z^2}{E_s I_s + E_c I_c}}$$

$$N = \frac{E_c (\varepsilon + \alpha \Delta t)}{\frac{1}{n A_s} + \frac{1}{A_c} + \frac{Z^2}{n I_s + I_c}} \quad (3-27.a)$$

يمكن وكبدل عما سبق استعمال طريقة بوزمان التي تم عرضها سابقاً لحساب أثر الزحف أو السيلان . إنها تصلح لحساب أثر الانكماش (حتى لو تم اعتماد العلاقات اكثر دقة والتي تأخذ حقيقة كون الزحف يخفف من تأثير الانكماش). والعلاقات هي على النحو التالي :

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{cr} = \frac{E_c \varepsilon_r}{\psi} [1 - e^{-\alpha \psi}] \\ \sigma_{sr} = \frac{\sigma_{cr}}{\mu} \end{array} \right\} \quad \underline{\text{صفا}} \quad (3-28)$$

حيث :

ε_r = الانفعال الناتج عن الانكماش

σ_{cr} = الإجهاد في البيتون الناتج عن أثر الانكماش

σ_{sr} = الإجهاد في الفولاذ الناتج عن أثر الانكماش

E_c = عامل المرونة للبيتون

$$\Psi = \text{أمثال الزحف أو السيلان} \quad \alpha = \frac{n\mu}{1+n\mu}$$

$$\mu = A_s / A_c : \text{نسبة الفولاذ المثوية}$$

يمكن إعطاء القيم التقريبية العملية التالية للانفعال الناتج عن الانكماش :

$$\epsilon_r = 25 (10)^{-5} : \text{من أجل البيتون المسلح}$$

$$\text{من أجل البيتون غير المسلح} :$$

$$\epsilon_r = 4 (10)^{-5} \text{ to } 5 (10)^{-5} : \text{المناطق الجافة}$$

$$\epsilon_r = 2 (10)^{-5} \text{ to } 3 (10)^{-5} : \text{المناطق الرطبة}$$

إن فولاذ التسليح الطولاني في البلاطة يخضع تحت تأثير الانكماش إلى إجهادات ضغط بينما يخضع البيتون إلى إجهادات شد . ويعود هذا التعاكس في الوظيفة إلى أن فولاذ التسليح يخفف من أثر الانكماش .

3-8 أثر تغير درجة الحرارة Temperature Change Effect

يمكن أن تختلف درجة الحرارة بين البلاطة البيتونية والجائز الفولاذي بسبب فرق عامل التمدد الحراري لكل من مادتي البيتون والفولاذ كما هو مبين في الشكل (3-12) . لقد ذكرت مواصفات النظام AASHTO 1.5.23 E ما يلي :

عامل التمدد الحراري للبيتون العادي :

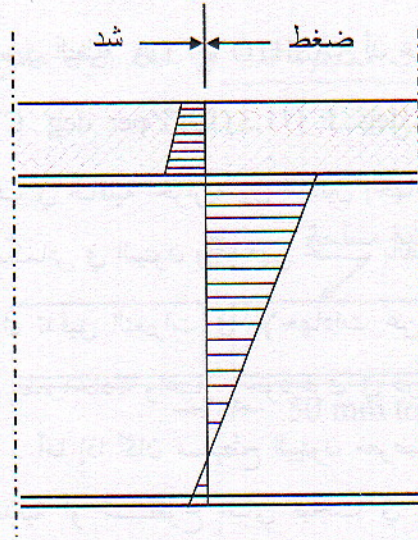
The thermal coefficient for normal weight concrete may be taken as

$$6 (10)^{-6} \text{ Per deg. F } [10.8 (10)^{-6} \text{ Per deg. C }]$$

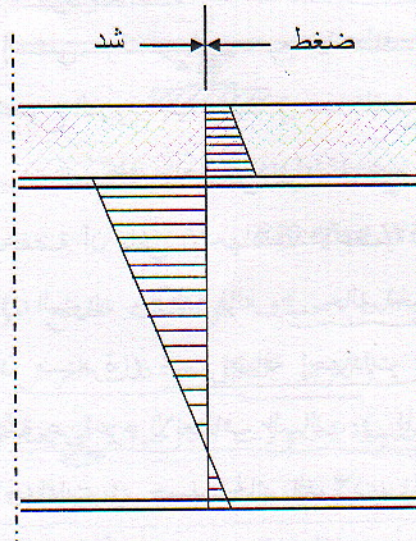
عامل التقلص للبيتون العادي :

The Shrinkage coefficient for normal weight concrete may be taken as

$$2 (10)^{-4} \text{ Per deg. C}$$



(a) مخطط الإجهادات الناجم عن التقلص أو الزحف .



(b) مخطط الإجهادات الناجم عن فرق التمدد الحراري بين البتون

والفولاذ بين درجتي الحرارة 70°F و -40°F .

الشكل (3-12) أثر تغير درجة الحرارة

كما ذكرت مواصفات النظام AASHTO 1.7.1.A أن عامل التمدد الحراري للفولاذ

الإنشائي : $6.5 (10)^{-6}$ Per deg . F [$11.3 (10)^{-6}$ per deg . C]

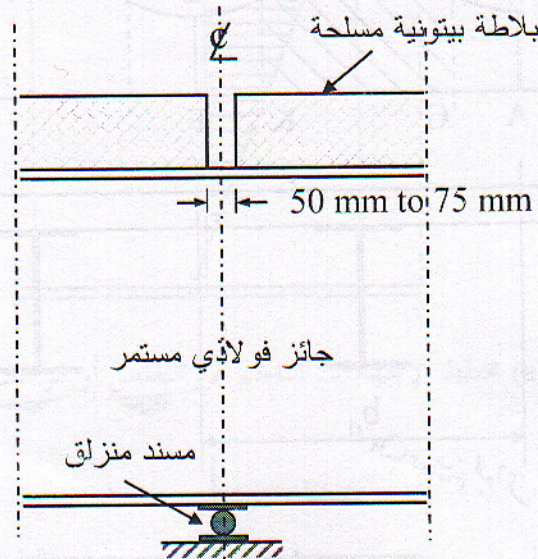
وينتج عن الاختلاف في الناقلية الحرارية بين المادتين إجهادات شبيهة بالإجهادات التي تحدث من جراء الانكماش في البيتون ولذا فهي تحسب بالطريقة نفسها .

وينصح بإجراء تدقيق التغيرات في الإجهادات عن طريق حساب الإجهادات الإضافية الناتجة عن هذه الحادثة واعتبار وجود فرق في درجة الحرارة يبلغ 15° درجة بين البيتون والمعدن . أما إذا كان سطح البيتون معرضاً للشمس كما هو الحال في أرضية الجسور المعدنية أو سطوح المباني فيجب في هذه الحالة رفع هذا الفرق واعتباره بين 20° و 25° . ولقد وجد أن فرق التمدد الحراري عند درجات الحرارة

المنخفضة يؤدي إلى حدوث ضغط في البيتون وشد في الجناح العلوي للجائز الفولاذي وضغط في الجناح السفلي . وقد يساوي عزم الانعطاف الناتج هذا عزم الانعطاف الموجب الناتج عن مجموع العزوم الحية والميتة في هذا المقطع .

ففي حالة الجيزان البسيطة مثلاً يمكن لفرق عاملي التمدد للبيتون والفولاذ عند درجات الحرارة المنخفضة أن يلغي الإجهادات الأعظمية الناتجة في الفولاذ بينما يزيد الإجهادات الناتجة في البيتون . وهكذا فإنه وفي حالة الجيزان المستمرة (أي بلاطة مستمرة فوق جيزان مستمرة) يجب إضافة إجهادات الشد في الجناح العلوي إلى إجهادات الشد الناتجة عن عزم الانعطاف السالب في المساند ، ومن جهة أخرى ، يمكن أن تكون الإجهادات في جسد الجائز الفولاذي المذكور حرجية عند المساند حيث تتزامن الإجهادات الناتجة عن عزوم الانعطاف مع الإجهادات العالية الناتجة عن القص . ولهذا السبب فإنه يجب وضع فجوة (Gap) أو فاصل بين البلاطة الكائنة على الجنازين فوق المسند كما هو مبين في الشكل (3-13) . إنه ليس من الضروري وضع وصلات قصية في مناطق العزوم السالبة لأن الجائز الفولاذي سوف يقاوم هذه

العزوم . ويجب تنفيذ بلاطات مستمرة فقط في حالة كون عامل التمدد الحراري للبيتون مساوياً (تقريباً) لعامل التمدد للفولاذ .



الشكل (3-13) الجائز المركب عند المسد

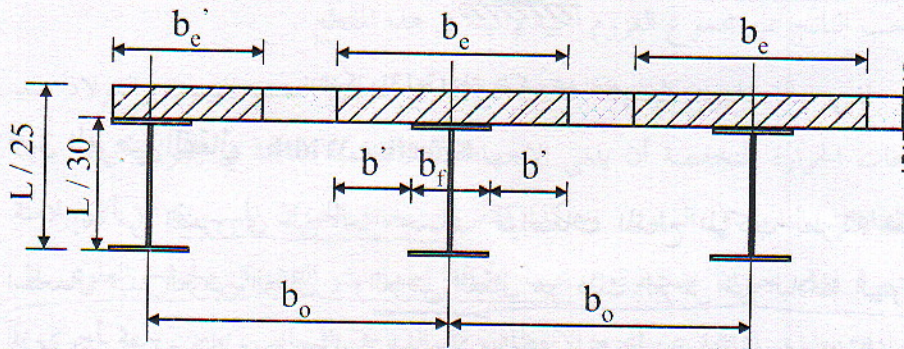
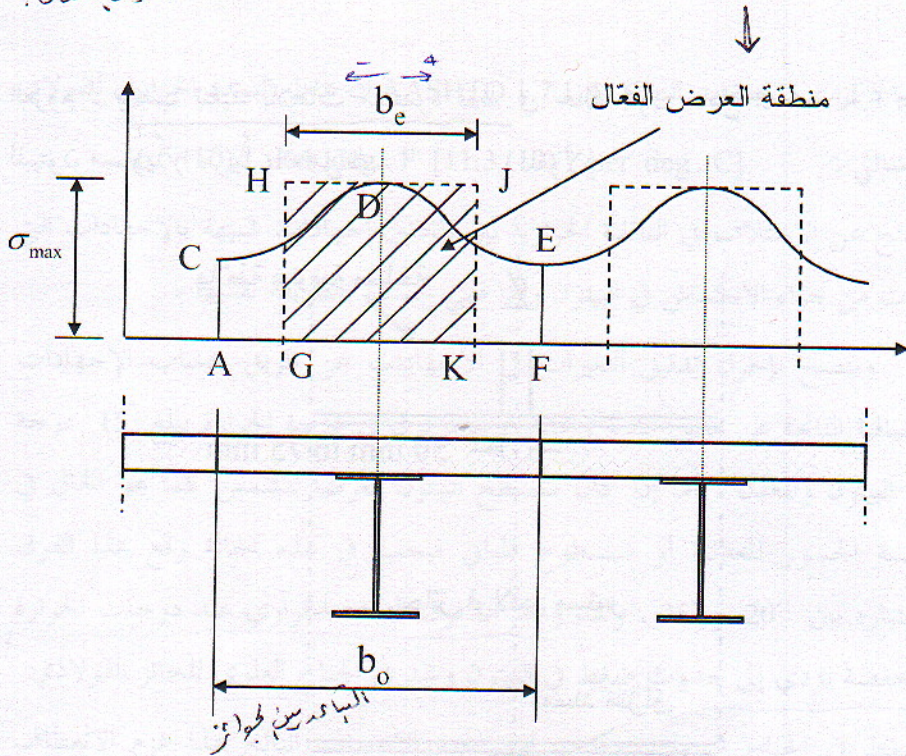
3-9 العرض الفعال Effective Width

إنه من الضروري من أجل حساب مواصفات المقطع المركب بطريقة فعّالة استعمال مبدأ العرض الفعال ، والعرض الفعال هو ذلك العرض من البلاطة البيتونية الذي يشترك مع الجذع في مقاومة الحمولات الخارجية . أو بعبارة أخرى إن العرض الفعال هو قسم من البلاطة يقلل (أو يخفض) من حرية الإنعطاف للجائز (Reduce free bending of beam) . يبين الشكل (3-14) مقطعاً مركباً خاضعاً إلى إجهاد σ_x

على عرض من البلاطة قدره b_e .

إن شدة إجهاد الضغط عند أبعد ليف من مقطع الجائز المركب أعظمية وتتناقص بصورة غير خطية كلما بعدت المسافة عن محور الجائز الشاقولي . أي أن إجهاد

ملاحظة: لا يجب دمج منطقة لم عرض الفعّال ليس نفسه على كامل العرض الفعّال.



الشكل (3-14) العرض الفعّال في الجانور المركب

ملاحظة: الانعطاف الطولي ليس ثابتاً على كامل عرض الجناح كما هو مبين في الشكل بل يتغير نتيجة لتغير انفعال القص في مستوي البلاطة. تعطي نظرية الانعطاف البسيط (Simple Bending Theory) قيمة صحيحة للإجهاد الأعظم عند النقطة D إذا تم استبدال العرض الحقيقي b_o بوساطة العرض الفعّال b_e بحيث أن:

1000

تقریر (عمر سعید)

 σ_{\max}

2

$$b_e = \frac{\int_{-b_0/2}^{b_0/2} \sigma_x dx}{\sigma_y} = b_{ff} + 2b'$$

تجلیات = $\frac{\text{معمولی اقتصاد لفظوں کی}}{\text{یہ بھی لفظوں کی}}$

لولا نية

$$-b_0/2$$

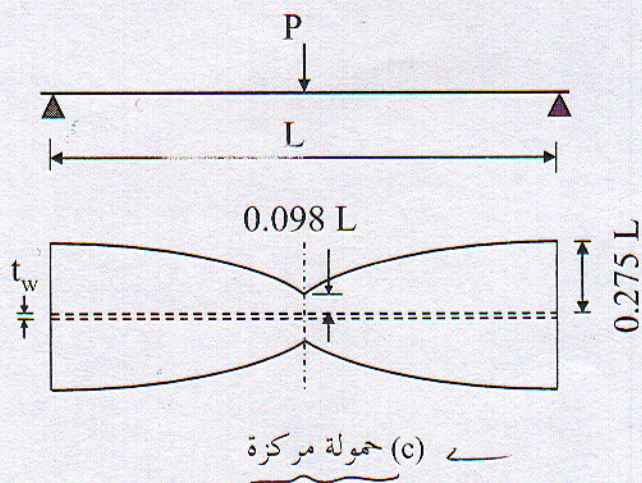
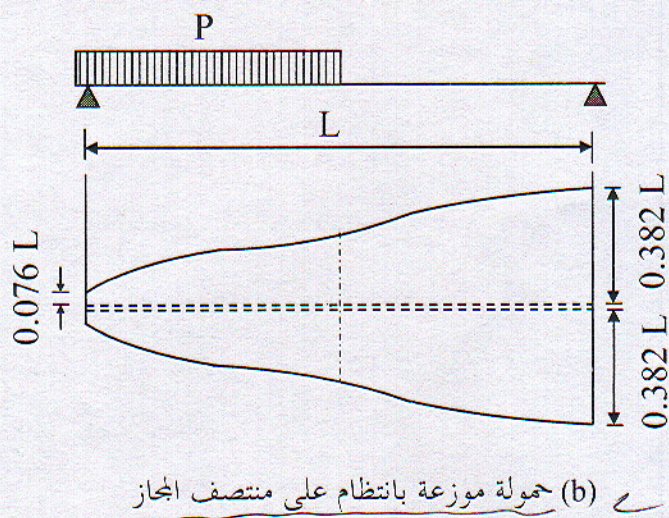
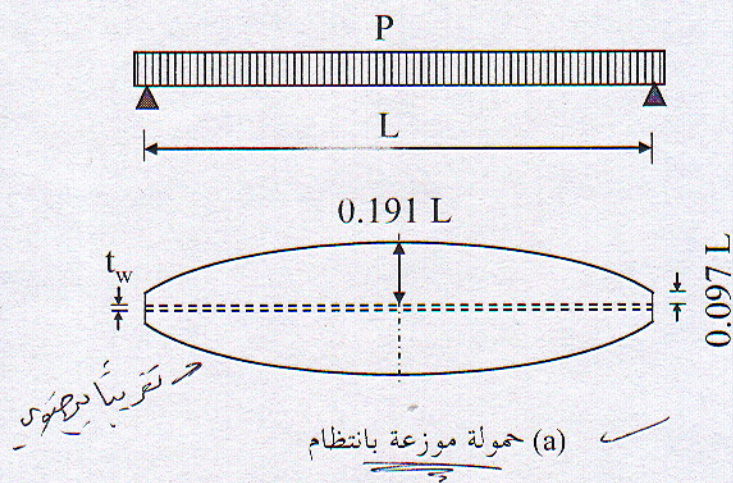
$$b' = \frac{1}{2}(b_0 - b_{yf}) \quad \therefore \text{مسافة عرضانية وتساوي}$$

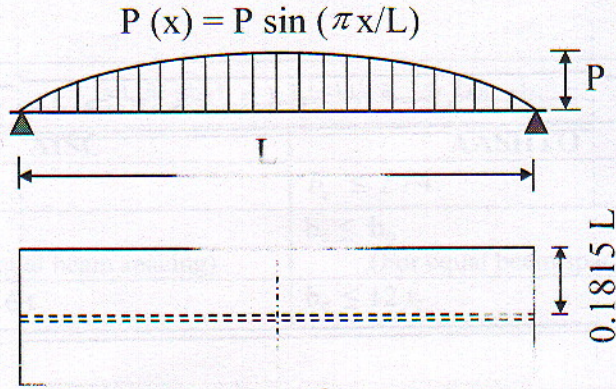
الجوائز

(المركب)

 b_e

يتضمن مبدأ العرض الفعال الملتزم نظرية المرونة على الصفائح (Plates) واستعمال جوائز مستمر طرأ انما هي ارضية التراب من بينها واستعمال جناح عرضه غير متناه سماكته صغيرة بالمقارنة مع ارتفاع الجوائز . إن الضغط الكلي





(c) صورة على شكل بياني

الشكل (3-15) العرض الفعال للجائز المركب في حالة تغير الحمولة

المحمول بواسطة المجموعة المكافئة هذه هو نفسه المحمول بواسطة المجموعة الفعلية. لقد دلت الأبحاث على أن قيمة $2b'$ تعتمد على كل من طول الجائز ونوع الحمولة والحالة (مرنة أم لدنة).

لقد أعطى الباحث Timoshenko العلاقة التالية :

$$b_e = \frac{L}{\pi(1.5 - \nu - 0.5\nu^2)} \quad (3-40)$$

حيث :

← عرض بواسون

L = طول مجاز الجائز المركب

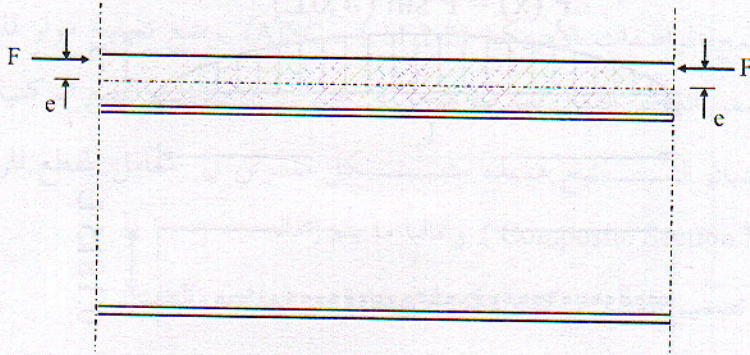
ν = عامل بواسون لمادة البلاطة البيتونية

من أجل $\nu = 0.0$ فإن : $b_e = \frac{L}{4.71}$

ويمكن وبطريقة أخرى إيجاد العرض الفعال من العلاقة التالية وفقاً للشكل (3-16):

$$\sigma_c = \frac{F}{A_c} + \frac{(F e)(t_c / 2)}{I_c} \quad (3-41)$$

حيث :



الشكل (3-16) العرض الفعال للجناز المربك

(في حالة كون البلاطة تتعرض إلى قوة لا مركزية)

$$\sigma'_c = \text{إجهاد الضغط في أقصى ألياف بيتون البلاطة ويساوي } E_c \epsilon_c$$

$$\epsilon_c = \text{الانفعال في أقصى ألياف البيتون}$$

$$E_c = \text{عامل المرونة للبيتون}$$

$$I_c = \frac{b_e t_c^3}{12} : \text{عزم عطالة القسم البيتوني}$$

$$F = \text{قوة لا محورية مطبقة في مستوي البلاطة كما هو مبين}$$

$$e = \text{لا مركزية القوة } F \text{ (أو المسافة بين القوة } F \text{ ومركز ثقل البلاطة)}$$

$$b_e t_c = A_c : \text{مساحة البيتون المضغوط}$$

$$F = \frac{M}{z}$$

$$t_c = \text{سماكة البلاطة البيتونية}$$

بتعويض الحدود السابقة في العلاقة (3-41) والإصلاح نجد :

$$b_e = \frac{F}{E_c \epsilon_c} \left\{ \frac{1}{t_c} + \frac{6e}{t_c^2} \right\} \quad (3-42)$$

يبين الجدول (3-1) علاقات العرض الفعال وفقاً للكودين الأمريكيين:

AISC و AASHTO . ويساوي العرض الفعال في هذا السياق أصغر قيمة من

العلاقات الواردة .

Table (3-1)

أ - العارضة الداخلية (أو الجائز الداخلي)	
AISC	AASHTO
$b_e \leq L/4$	$b_e \leq L/4$
$b_e \leq b_o$ (For equal beam spacing)	$b_e \leq b_o$ (For equal beam spacing)
$b_e \leq b_f + 16 t_c$	$b_e \leq 12 t_c$
ب - العارضة الخارجية (أو الجائز الخارجي)	
AISC	AASHTO
$b_e \leq \frac{L}{12} + b_f$	$b_e \leq \frac{L}{12}$
$b_e \leq \frac{1}{2}(b_o + b_f)$	$b_e \leq \frac{1}{2}(b_o + b_f)$
$b_e \leq b_f + 6 t_c$	$b_e \leq 6 t_c$

3-10 مواصفات المقطع المركب Composite Section Properties

يمكن حساب مواصفات المقطع المركب بواسطة تحويل المقطع اللامتجانس إلى مقطع متجانس مكافئ من الفولاذ (Equivalent Section) . إن مساحة البيتون تصغر

$$\text{حيث تصبح : } \frac{A_c}{n} = t_c \frac{b_e}{n}$$

حيث :

$$t_c = \text{سمكة بلاطة البيتون}$$

$$b_e = \text{العرض الفعال لبلاطة البيتون}$$

وتكمن فعالية البلاطة فقط في حالة الضغط في مناطق العزوم الموجبة ، أما

في حالة الجيزان المستمرة فيتم إهمال بلاطة البيتون في مناطق العزوم السالبة فوق المساند. وعندما يقع المحور المحايد في بلاطة البيتون ، فإننا عملياً نعتبر قسم البلاطة المعرض للضغط فقط .

تسمح المواصفات الأمريكية (AISC - 1.11.2-2) بوضع تسليح مواز للجائز الفولاذي ضمن العرض الفعال للبلاطة يدخل في حساب مواصفات المقطع المركب . ولا تؤثر قضبان التسليح هذه بشكل ملموس في معامل المقطع المركب (Composite Section Modulus) وغالباً ما يتم إهماله .

وعند تصميم المقطع المركب يمكن الاستفادة من العلاقتين التاليتين :

- التصميم وفقاً لطريقة المرننة (AISC / ASD) :

$$A_s = \frac{2.2 M_{max}}{(0.5 d + 0.8 t_c) F_y}$$

حيث :

A_s = مساحة مقطع الجائز الفولاذي التقريبية و t_c = سماكة البلاطة البيتونية

d = ارتفاع الجائز الفولاذي (ويساوي $d \approx L / 30$)

F_y = إجهاد الخضوع للجائز الفولاذي

M_{max} = مجموع عزوم الانعطاف للحمولات الميتة والحية

(Service Load Moment: $M_{max} = M_D + M_d + M_L$)

2.2 = عامل أمان تقريبي للطريقة المرننة

- التصميم وفقاً لطريقة اللدنة :

تكتب العلاقة السابقة على الشكل التالي (AISC/LRFD) :

$$A_s = \frac{M_u}{(0.5 d + 0.8 t_c) F_y}$$

↑
تقوى الجائز الفولاذي

حيث :

M_u = عزم الانعطاف الحدي (Ultimate Moment) للحمولة الميتة والحية

يجب الانتباه إلى أنه يجب تدقيق استطاعة الجائز بعد استعمال العلاقات التقريبية

السابقة لانتقاء مقطع الجار التولادي سواء أكانت طريقة التصميم مرنة أم لدنة . ففي حالة اختيار طريقة التصميم المرنة يجب تدقيق الإجهادات النهائية في المقطع المركب .

المثال (3-3) :

المطلوب تحليل الإجهادات في الجائز المركب المبين في الشكل (17-3) إذا تعرض

$$M_D = 365$$

المعطيات :

- الانفعال الناتج عن الانكماش (Shrinkage) $1(10)^{-4}$ cm/cm
- الانفعال الناتج عن الزحف (Creep) $1(10)^{-4}$ cm/cm
- الانفعال الناتج عن الفرق الحراري بين البلاطة والجائز الفولاذي :
 Temperature difference between slab and girder $2(10)^{-4}$ cm/cm
- ثم أدخل أثر الفرق بين عامل التمدد الحراري للبيتون $[6.3(10)^{-6}]$ وعامل التمدد الحراري للفولاذ $[11.7(10)^{-6}]$ عندما تنخفض درجة الحرارة من 40° إلى 21°
- أمثال التعادل $n = 10$

الحل :

1 - حساب مواصفات المقطع المركب:

Concrete Slab: $A_c = 3366 \text{ cm}^2$ and $I_c = 81064.5 \text{ cm}^4$

Steel Beam: W 760 x 172.6

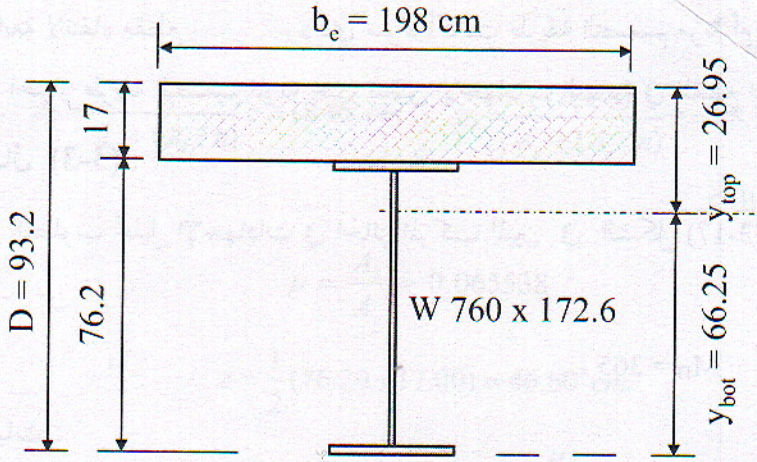
$$A_s = 220.6 \text{ cm}^2, \quad I_s = 205200 \text{ cm}^4, \quad \text{and} \quad S_s = 5390 \text{ cm}^3$$

Composite Section: $n = 10$

$$\text{Neutral axis: } y_{bot} = \frac{19.8(17)(84.7) + 220.6(0.5)(76.2)}{19.8(17) + 220.6} = 66.25 \text{ cm}$$

$$y_{top} = 26.95 \text{ cm}$$

Moment of inertia for composite section:



الشكل (3-17) المثال (3-3)

$$I_{tr} = \frac{19.8(17)^3}{12} + 19.80(17) [24.7 - 66.25]^2 + 205200$$

$$+ 220.6 \left[\frac{76.2}{2} - 66.25 \right]^2 = 502694.33 \text{ cm}^4$$

2 - حساب الإجهادات الناتجة عن الحمولات الحية والميتة في منتصف الجائز بفرض أن المنشأة غير مزودة بتدعيم مؤقت أثناء الإنشاء (Without Temporary Shoring)
الإجهادات الناتجة عن الحمولة الميتة (على الجائز الفولاذي) :

لا يوجد إجهادات في البيتون : $f_c = 0$

الإجهادات في الجائز الفولاذي :

$$f_{st} = f_{sb} = \frac{M_D}{S_s} = \frac{365(10)^{-3}}{5.39(10)^{-3}} = \mu 67.72 \text{ MPa}$$

الإجهادات الناتجة عن الحمولة الحية على المقطع المركب :

الإجهاد في البيتون (أعلى ليف من البلاطة) :

$$f_{ct} = \frac{M_L y_{top}}{n I_{tr}}$$

$$f_{ct} = \frac{-390(10)^{-3}(93.20 - 66.25)(10)^{-2}}{10(502694.33)(10)^{-8}} = -2.09 \text{ MPa}$$

$$f_{ct} = -2.09 \text{ MPa (Compression)}$$

الإجهاد في البيتون (أدنى ليف من البلاطة) :

$$f_{cb} = \frac{M_L(y_{top} - t_c)}{nI_{tr}}$$

$$f_{cb} = \frac{-390(10)^{-3}(93.20 - 66.25 - 17)(10)^{-2}}{10(502694.33)(10)^{-8}}$$

$$f_{cb} = -0.772 \text{ MPa (Compression)}$$

الإجهاد في الفولاذ (أعلى الجناح العلوي) :

$$f_{st} = n f_{cb} = 10(-0.772) = -7.72 \text{ MPa (Compression)}$$

الإجهاد في الفولاذ (أسفل الجناح السفلي) :

$$f_{sb} = \frac{M_L y_{top}}{I_{tr}}$$

$$f_{sb} = \frac{390(10)^{-3}(66.25)(10)^{-2}}{502694.33(10)^{-8}} = +51.40 \text{ MPa (Tension)}$$

مجموع الإجهادات الناتجة عن الحمولات الحية والميتة (الشكل 3-18.a) :

$$f_{ct} = -2.09 \text{ MPa (Compression)}$$

$$f_{cb} = -0.772 \text{ MPa (Compression)}$$

$$f_{st} = -67.72 - 7.72 = -75.44 \text{ MPa (Compression)}$$

$$f_{sb} = +67.72 + 51.40 = +119.12 \text{ MPa (Tension)}$$

إيجاد مجموع الإجهادات الناتجة عن الحمولات الحية والميتة بطريقة أخرى :

الحمولة الميتة :

$$f_{st} = f_{sb} = \frac{M_D(d_s/2)}{I_s}$$

$$f_{st} = f_{sb} = \frac{365(10)^{-3}(0.762/2)}{205200(10)^{-8}} = \mu 67.72 \text{ MPa}$$

الحمولة الحية:

$$z_c = \frac{A_s}{A_s + (A_c / n)} z = 18.45 \text{ cm} , \quad z_s = \frac{(A_c / n)}{A_s + (A_c / n)} z = 28.15 \text{ cm}$$

عزم العطالة المركب :

$$\mu = \frac{A_s}{A_c} = 0.065538$$

$$z = \frac{1}{2}(76.20 + 17.00) = 46.60 \text{ cm}$$

$$I_{tr} = I_s + \frac{I_c}{n} + A_c z^2 \frac{\mu}{1 + n\mu}$$

$$I_{tr} = 205200 + \frac{81064.50}{10} + 3366 (46.60)^2 \frac{0.065538}{1 + 10(0.065538)}$$

$$= 502695.05 \text{ cm}^4$$

حصة كل البيتون والفولاذ :

$$M_c = \frac{81064.50}{10(502695.05)} 390 = 6.26 \text{ KN.m.}$$

$$M_s = \frac{205200}{502695.05} 390 = 159.20 \text{ KN.m.}$$

$$N = \frac{A_c}{nI_{tr}} z_c M_L = \frac{A_s}{I_{tr}} z_s M_L = 481.77 \text{ KN}$$

$$a_{ct} = a_{cb} = t_c / 2 = 17/2 \text{ cm}$$

$$b_{st} = b_{sb} = d_s / 2 = 76.20/2 \text{ cm}$$

الإجهادات في البيتون :

$$\sigma_{ct} = -\frac{N}{A_c} - \frac{M_c a_{ct}}{I_c} = -2090.82 \text{ KN/m}^2 \text{ (Compression)}$$

$$\sigma_{cb} = -\frac{N}{A_c} + \frac{M_c a_{cb}}{I_c} = -771.75 \text{ KN/m}^2 \text{ (Compression)}$$

الإجهادات في الفولاذ :

$$\sigma_c = + \frac{N}{A_s} - \frac{M_s b_{st}}{I_s} = -7719.99 \text{ KN/m}^2 \text{ (Compression)}$$

$$\sigma_{sb} = + \frac{N}{A_s} + \frac{M_s b_{sb}}{I_s} = +51398.14 \text{ KN/m}^2 \text{ (Tension)}$$

مجموع الإجهادات :

في البيتون

$$f_{ct} = -2.09 \text{ MPa (Compression)}$$

$$f_{cb} = -0.772 \text{ MPa (Compression)}$$

في الفولاذ :

$$f_{st} = -67.77 - 7.72 = -75.49 \text{ MPa (Compression)}$$

$$f_{sb} = +67.77 + 51.40 = +119.17 \text{ MPa (Tension)}$$

وتساوي هذه القيم للإجهادات القيم في الطريقة السابقة .

3 - حساب الإجهادات الناتجة عن التقطص ، الزحف ، الفرق الحراري بين البلاطة والجائز الفولاذي ، وفرق التمدد الحراري بين الفولاذ والبيتون كما هو مبين في الشكل (3-18.b) . ينتج عن هذه الآثار إجهادات شد أو ضغط ، نفرض أن ε الإنفعال الناتج عن أي من الأسباب المذكورة أعلاه فتكون القوة الداخلية :

$$N = \varepsilon \left/ \left\{ \frac{1}{A_s E_s} + \frac{1}{A_c E_c} + \frac{z^2}{I_s E_s + I_c E_c} \right\} \right.$$

حيث :

N = القوة الداخلية الناتجة في مركز ثقل كل من البلاطة البيتونية والجائز الفولاذي

A_s, E_s = مساحة مقطع الجائز الفولاذي وعامل مرونة الفولاذ

A_c, E_c = مساحة مقطع البلاطة البيتونية وعامل مرونة البيتون

z = البعد بين مركزي ثقل البلاطة البيتونية والجائز الفولاذي

أما عزوم الانعطاف الناتجة في كل من البلاطة البيتونية M_c والجائز الفولاذي M_s

فهما على التوالي :

$$M_s = \frac{E_s I_s}{E_s I_s + E_c I_c} N z , \quad M_c = \frac{E_c I_c}{E_s I_s + E_c I_c} N z$$

آ- فإذا كانت $\varepsilon = 1 (10)^{-4}$ الانفعال الناتج عن التقلص (أو الانكماش) :

$$E_s = 200000 \text{ MPa} , \quad E_c = 20000 \text{ MPa} , \quad n = E_s / E_c = 10$$

$$z = \frac{1}{2} (t_c + d_s) = \frac{1}{2} (17 + 76.20) = 46.60 \text{ cm}$$

$$A_s E_s = 220.60 (10)^{-4} (200\ 000) \\ = 4412 \text{ MN}$$

$$A_c E_c = 3366 (10)^{-4} (20\ 000) \\ = 6732 \text{ MN}$$

$$I_s E_s = 205\ 200 (10)^{-8} (200\ 000) \\ = 410.40 \text{ MN.m}^2$$

$$I_c E_c = 81064.50 (10)^{-8} (20\ 000) \\ = 16.12 \text{ MN.m}^2$$

بتطبيق العلاقات أعلاه نجد :

$$N = 113.09 \text{ KN}$$

$$M_s = 50.70 \text{ KN.m} , \quad \text{and} \quad M_c = 2.00 \text{ KN.m}.$$

الإجهادات في البلاطة :

$$\sigma_{ct} = \frac{N}{A_c} - \frac{M_c (t_c / 2)}{I_c} = 0.126 \text{ MPa} \dots \text{Top (Tension)}$$

$$\sigma_{cb} = \frac{N}{A_c} + \frac{M_c (t_c / 2)}{I_c} = 0.546 \text{ MPa} \dots \text{Bottom (Tension)}$$

والإجهادات في الجائز الفولاذي :

$$\sigma_{st} = -\frac{N}{A_s} - \frac{M_s (d_s / 2)}{I_s} = -14.540 \text{ MPa} \dots \text{Top (Compression)}$$

$$\sigma_{sb} = -\frac{N}{A_s} + \frac{M_s (d_s / 2)}{I_s} = 4.287 \text{ MPa} \dots \text{Bottom (Tension)}$$

ب - إذا كان $\varepsilon = 2 (10)^{-4}$ الانفعال الناتج عن الفرق الحراري بين البلاطة والجائز الفولاذي (أي الفرق بين درجة حرارة البلاطة والجائز الفولاذي) .

يتم إعادة الخطوات نفسها من اجل إيجاد الإجهادات التالية في كل من البلاطة البيتونية والجائز الفولاذي :

البيتون :

$$\sigma_{ct} = 2 (0.126) = 0.252 \text{ MPa} \dots \text{Top (Tension)}$$

$$\sigma_{cb} = 2 (0.546) = 1.092 \text{ MPa} \dots \text{Bottom (Tension)}$$

الفولاذ :

$$\sigma_{st} = 2 (-14.540) = -29.080 \text{ MPa} \dots \text{Top (Compression)}$$

$$\sigma_{sb} = 2 (4.287) = 8.574 \text{ MPa} \dots \text{Bottom (Tension)}$$

ج - الانفعال الناتج عن فرق عامل التمدد الحراري بين البيتون والفولاذ .

تستعمل كلمة " تمدد " هنا بالمعنى العام (أي قد تكون موجبة وقد تكون سالبة). وهكذا فإن الإجهادات الناتجة عن ذلك متغيرة الاتجاه (Reversed) يمكن أن تخفض الإجهادات في المقاطع الخاضعة إلى عزوم موجبة وبالعكس من ذلك في المقاطع الخاضعة إلى عزوم سالبة (عند المساند) . وعليه فإنه ينصح باعتبار تأثيراتها فقط في حالات الجيزان المستمرة فقط في المقاطع الكائنة فوق المساند (كحالة الجسور) حيث تقاوم الجيزان الفولاذية العزوم السالبة فقط . يمكن كتابة الانفعال الناتج عن فرق التمدد الحراري بين البلاطة البيتونية والجائز الفولاذي :

$$\Delta L = \Delta \alpha \Delta T L \Rightarrow \varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \Delta \alpha \Delta T$$

$$\Delta T = 40 - (-21) = +61^{\circ}$$

$$\varepsilon = (11.7 - 6.3) \cdot 10^{-6} (61) = 3.3 (10)^{-4}$$

في المنطقة الموجبة :

في البلاطة البيتونية :

$$f_{ct} = -\frac{N}{A_c} + \frac{M_c(t_c/2)}{I_c}$$

$$f_{ct} = -3.3 (0.126) = -0.416 \text{ MPa (Compression)}$$

$$f_{cb} = -\frac{N}{A_c} - \frac{M_c(t_c/2)}{I_c}$$

$$f_{cb} = -3.3 (0.546) = -1.802 \text{ MPa (Compression)}$$

في الجائز الفولاذي :

$$f_{st} = \frac{N}{A_s} + \frac{M_s(d_s/2)}{I_s}$$

$$f_{st} = 3.3 (14.54) = 47.982 \text{ MPa (Tension)}$$

$$f_{sb} = \frac{N}{A_s} - \frac{M_s(d_s/2)}{I_s}$$

$$f_{sb} = -3.3 (4.287) = -14.147 \text{ MPa (Compression)}$$

في المنطقة السائلة

$$f_{st} = \frac{N}{A_s} + \frac{M_s(d_s/2)}{I_s} = 47.982 \text{ MPa (Tension)}$$

$$f_{sb} = \frac{N}{A_s} - \frac{M_s(d_s/2)}{I_s} = -14.147 \text{ MPa (Compression)}$$

ونتيجة الحمولات :

$$f_s = \mu \frac{M_D + M_L}{S_s} = \mu \frac{(365 + 390)(10)^{-3}}{5.39(10)^{-3}} = \mu 140.07 \text{ MPa}$$

يمكن تلخيص النتائج السابقة في الجدول (3-2) ومن ثم في الشكل (3-18).

Table (3-2)

مناطق العزوم الموجبة				
الجائز الفولاذي		البلاطة البيتونية		مصدر الإجهاد
في الأسفل f ₄ (MPa)	في الأعلى f ₃ (MPa)	في الأسفل f ₂ (MPa)	في الأعلى f ₁ (MPa)	
4.287	-14.540	0.546	0.126	التقلص 10 ⁻⁴

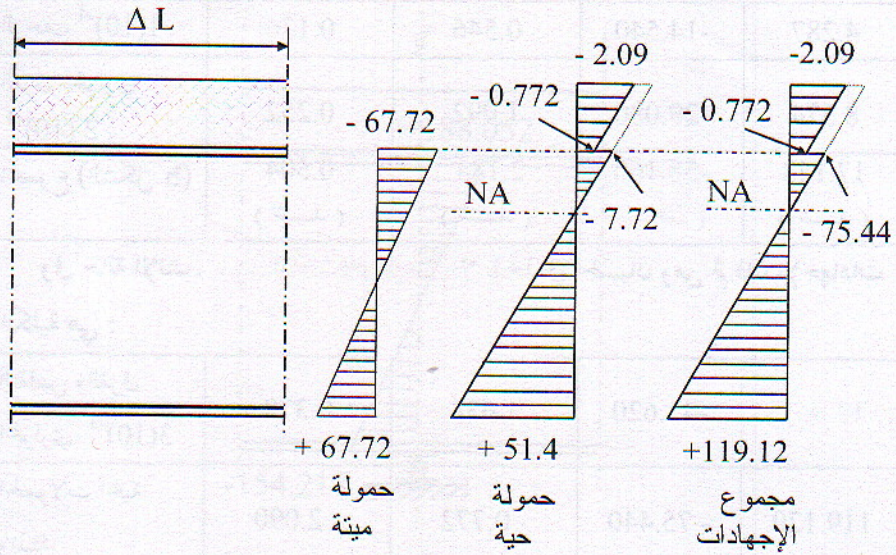
4.287	-14.540	0.546	0.126	الزحف $1(10)^{-4}$
8.574	-29.080	1.092	0.252	الفرق الحراري $2(10)^{-4}$
17.148 (شد)	-58.160 (ضغط)	2.184 (شد)	0.504 (شد)	المجموع (الشكل b)

وفي حالة الإنشاء بدون كبح فإن الزحف ϵ يؤخذ في الحسبان ومن ثم فإن الإجهادات الكلية هي :

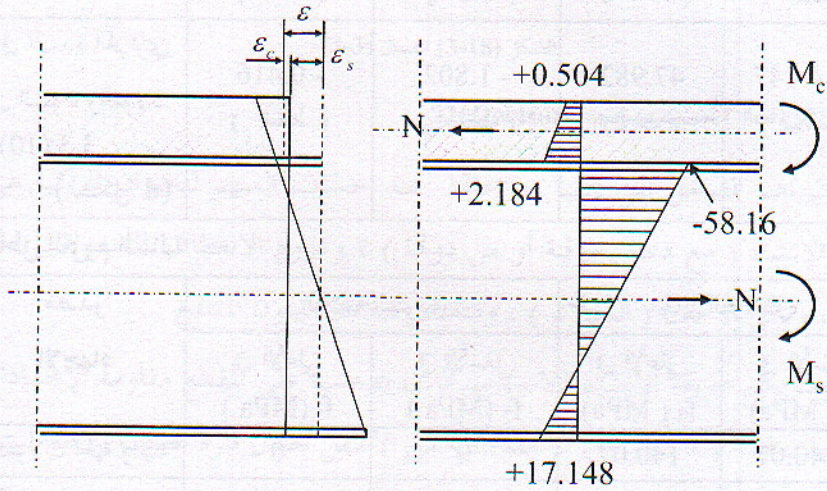
12.861	-43.620	1.638	0.378	التقلص والفرق الحراري $3(10)^{-3}$
119.120	- 75.440	- 0.772	- 2.090	الحمولات الحية والميتة
131.981 (شد)	-119.060 (ضغط)	0.866 (شد)	- 1.712 (ضغط)	المجموع (الشكل c)
- 14.147 (ضغط)	47.982 (شد)	- 1.802 (ضغط)	- 0.416 (ضغط)	فرق التمدد الحراري بين البيتون والفولاذ $3.3(10)^{-4}$ (الشكل d)

مناطق العزوم السالبة

الجائز الفولاذي		البلاطة البيتونية		مصدر الإجهاد
في الأسفل f_4 (MPa)	في الأعلى f_3 (MPa)	في الأسفل f_2 (MPa)	في الأعلى f_1 (MPa)	
-140.07	140.07	0	0	الحمولات الحية والميتة
-14.147	47.982	0	0	فرق التمدد الحراري $3.3(10)^{-4}$
-154.217	188.052	0	0	المجموع (الشكل e)

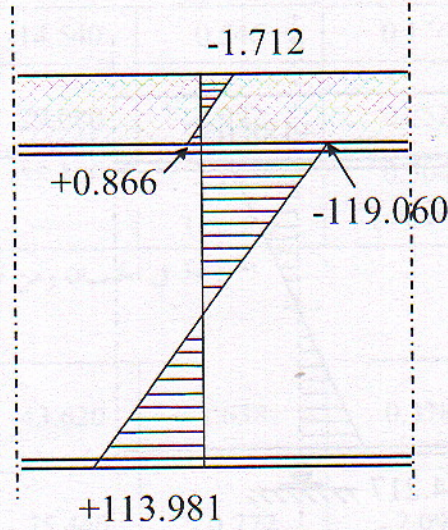


(a) مخططات الإجهادات الناتجة عن الحمولات الحية والميتة

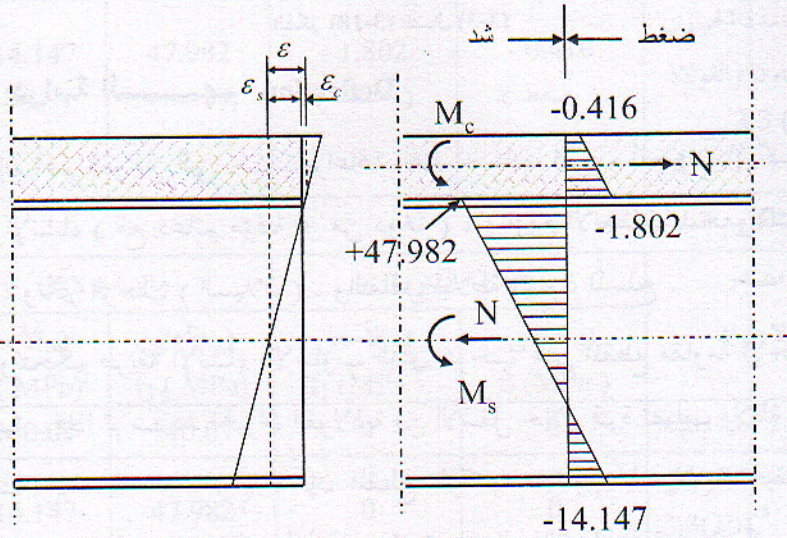


(b) مخططات الإجهادات والانفعالات الناتجة عن التقلص والزحف والفرق الحراري

(بفرض الإشارة: - للضغط و + للشد)

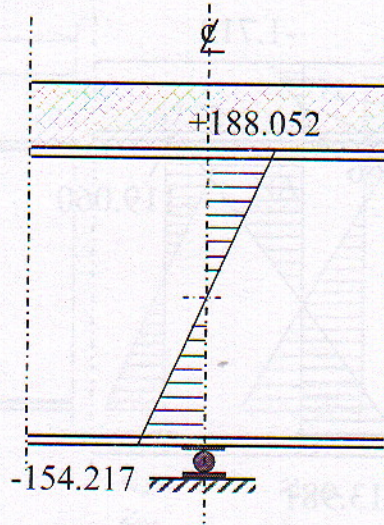


(c) مخططات الإجهادات الناتجة عن التقلص والتغير الحراري والحمولات الحية والميتة



(d) مخططات الإجهادات والإنفعالات الناتجة عن فرق التمدد الحراري بين البيتون

والفولاذ



(e) مخطط الإجهاد الناتج عن فرق التمدد الحراري بين البيتون والفولاذ والحمولات الحية والميتة

الشكل (3-18) المثال (3-3)

3-11 دراسة السهم Deflection

إن أهم العوامل التي يجب مراعاتها عند حساب السهم للجيزان المركبة هي: طريقة الإنشاء (مع دعائم مؤقتة أو من دونها) ، وعزوم الانعطاف للحمولات الحية والميتة ، وتأثير الزحف (السيلان) ، والتقلص لبلاطة البيتون المسلح .

وتتحكم طريقة الإنشاء بالاسلوب الذي يتوجب على المقطع مقاومة الإجهادات الخارجية . فإذا تم سندا الجيزان الفولاذية من الأسفل خلال فترة تصلب بلاطة البيتون (الإنشاء بواسطة الدعائم) ، فإن المقطع المركب سيقاوم الحمولات الحية والميتة ويعتمد حساب السهم في هذه الحالة على قيمة عزم العطالة I_{tr} للمقطع المركب . أما إذا لم يتم سندا الجيزان الفولاذية خلال فترة تصلب بلاطة البيتون (الإنشاء بدون دعائم) ، فإن مقطع الجائز الفولاذي سيقاوم الإجهادات الناتجة عن الحمولة الميتة (قبل تصلب بيتون البلاطة) والمقطع المركب سيقاوم الإجهادات الناتجة عن بقية

د نظن ٤ د دء لصفه ل →
 قسلا : $d = 638 \text{ mm}$ قسماع مع ولس
 ل ذل ١٦٦٥٠ $d = 638 \text{ mm}$ قسماع مع ولس
 $W 630 * 360$ $d = 638 \text{ mm}$ قسماع مع ولس
 $d = 638 \text{ mm}$ قسماع مع ولس

الحمولات الحية والميتة (عند تصلب بيتون البلاطة) . ويساوي السهم في هذه الحالة الأخيرة إلى مجموع السهمين (السهم الناتج عن الحمولة الميتة للجائز الفولاذي والسهم الناتج عن الحمولة المركب) . ويجب مقارنة مجموع مع السهم المسموح . وتسبب الحملات الدائمة اجهادات في البلاطة تقود إلى السيلان (الزحف)

ريده الديناميكية

القيمة $L/360$ (AISC 2.96) في الأبنية و $L/800$ (AASHTO 1.7.6) في الجسور .
 أما السهم الناتج عن الحمولات الميتة (للمقطع الفولاذي) والحية (للمقطع المركب) فيجب ألا يتجاوز القيمة $L/240$ ، حيث L طول الجائز .
 ولقد أوصت اللجنة المشتركة التالية :

The Joint ASCE - ACI Committee on Composite Construction

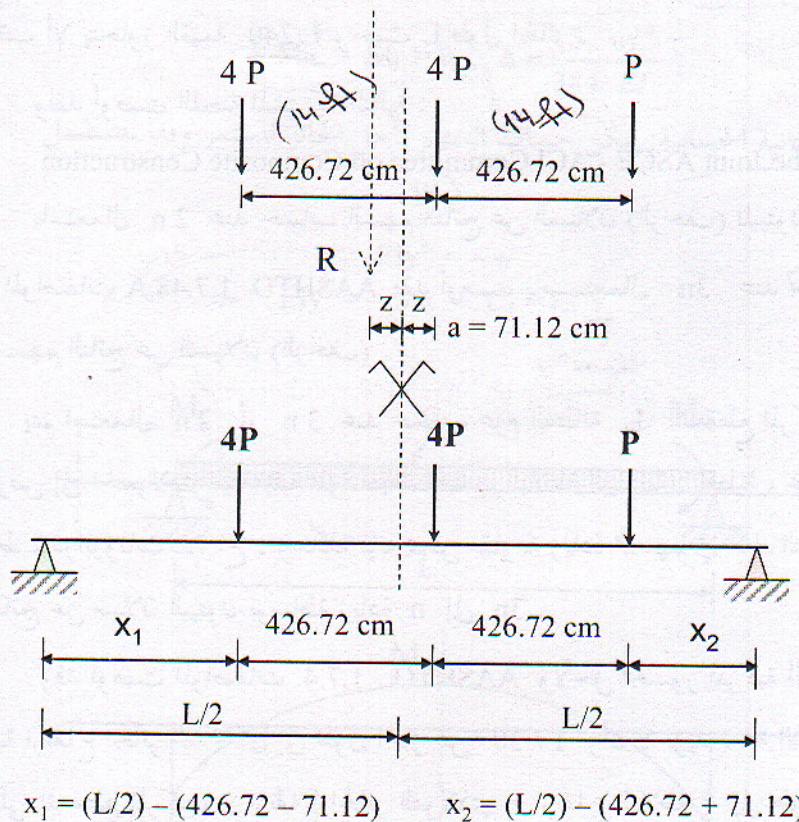
باستعمال $2n$ عند حساب السهم الناتج عن السيلان (الزحف) للبيتون .
 أما المواصفات AASHTO 1.7.48.A فقد أوصت باستعمال $3n$ عند حساب السهم الناتج عن السيلان (الزحف) .

يتم استعمال $2n$ أو $3n$ عند حساب عزم العطالة I_{tr} للمقطع المركب المعرض إلى الحمولات الميتة شبه المؤقتة بعد تصلب البلاطة البيتونية : تغطية ، عزل ، بلاط ، درابزونات ... الخ . وهكذا فإنه يمكن مقاومة زيادة التسهم في أثناء التصميم والناتج عن سيلان البيتون بوساطة زيادة n إلى $3n$.

وقد أوصت المواصفات AASHTO 1.7.4. ولأجل الجسور المركبة ألا تزيد نسبة ارتفاع الجائز الفولاذي إلى طول المجاز عن $1/30$ وأن لا تزيد نسبة الارتفاع الكلي للمقطع المركب (ارتفاع الجائز الفولاذي + ارتفاع البلاطة) إلى طول المجاز على $1/25$ كما تم ذكره سابقاً .

تجدر الإشارة إلى أن الأرقام أعلاه هي قيم حدية لأجل المنشآت المصنوعة من فولاذ الكربون الإنشائي $F_y = 250 \text{ MPa}$ ولكنها ليست قانوناً ضرورياً عند استعمال فولاذ عالي المقاومة أو عند استعمال جيزان هجينة (Hybrid Beams).

يلخص الشكل (3-19) كيفية حساب السهم الناتج عن حمولة حية متحركة فوق جائر بسيط مؤلفة من ثلاث قوى مركزة شدتها على التوالي $4P, 4P, P$ حيث أن التباعد بين هذه الحمولات المركزة : 426.72 cm (14 Feet) يمكن تلخيص خطوات الحل على النحو الآتي :



الشكل (3-19) كيفية حساب السهم

- إيجاد مركز ثقل الحمولات الحية المركزة أو المحصلة : R

- تقسيم المسافة بين المحصلة وأقرب وأكبر حمولة مركزة بالتساوي أو : $z/2$

- تطبيق نقطة منتصف الجائز البسيط ($L/2$) على منتصف المسافة السابقة (بين المحصلة وأقرب وأكبر حمولة مركزة)

- حساب المسافات x_1 و x_2

- تطبيق العلاقة التالية لحساب السهم الناتج عن قوة واحدة P:

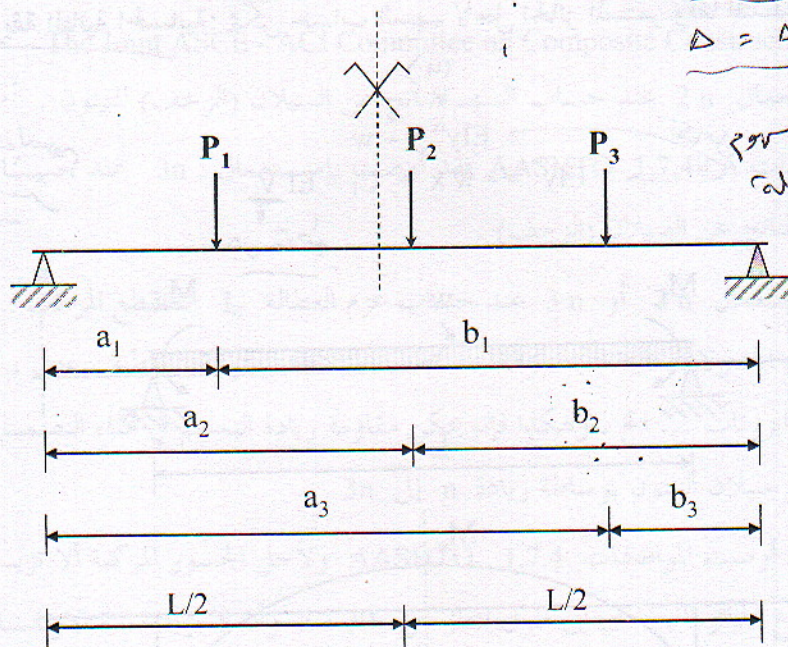
$$\Delta = \frac{\sqrt{3}}{27} \frac{P}{EIL} b \left[a(L+b)^{3/2} \right]$$

وفي حالة وجود أكثر من قوة (الشكل 3-20) فإنه يمكن (جمع) السهم الناتج عن

كل قوة على حدة .

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$$

دعونا نكتبها كجمع السهم
لثلاثة زوايا مختلفة
المرتبة



$$\Delta = \frac{\sqrt{3}}{27} \frac{1}{EIL} \left\{ P_1 b_1 \left[a_1 (L + b_1)^{3/2} \right] + P_2 b_2 \left[a_2 (L + b_2)^{3/2} \right] + P_3 b_3 \left[a_3 (L + b_3)^{3/2} \right] \right\}$$

الشكل (3-20)

أما إذا كان الجائز مستمراً في الشكل (3-21) فيمكن حساب السهم الناتج عن حمولة موزعة بانتظام وفقاً لإحدى الطريقتين التاليتين :

الطريقة الأولى التقريبية : يمكن حساب السهم من العلاقة التالية:

الجائز المستمر
Where:
$$\Delta = \frac{5}{48} \frac{L^2}{EI} \left[M_s - \frac{1}{10} (M_L + M_R) \right]$$

$$M_s = M_0 - 0.5 (M_L - M_R) \quad \text{and} \quad M_0 = \frac{wL^2}{8}$$

أو لا تقطع الجائز البسيط

دلاًجل الجائز البسيط:

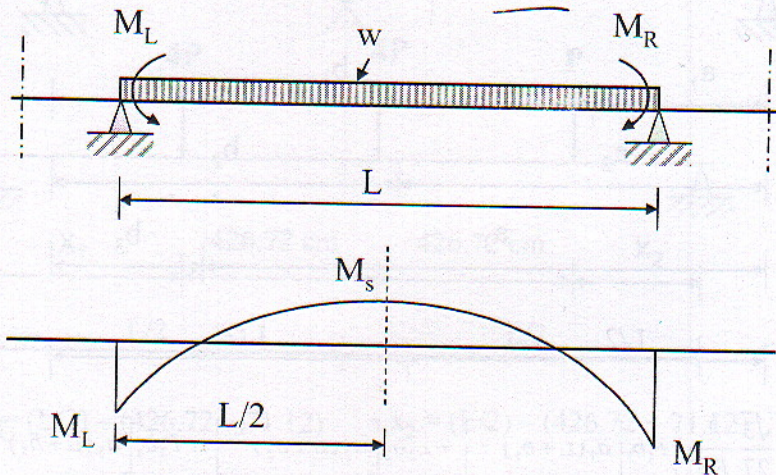
$$M_R = M_L = 0 \quad \left\{ \Delta = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI} \right.$$

الطريقة الثانية الحسائية: يمكن حساب السهم لأجل الجائز المستمر وفقاً للتسلسل

(4)
 $EIy^{iv} = -w$
 $EIy''' = -wx + C_1 = EI \frac{V}{L}$
نحاصل
جهت ساطح

التالي:

طريقة
السكامل لحساب السهم
الجائز المستمر



الشكل (3-21) حالة الجائز المستمر

At: $x = 0$

$C_1 = \text{Reaction} = R_L$

$EI y''' = -wx + R_L$

Then, $x = R_L / w$

$EI y'' = -0.5 w x^2 + R_L x + C_2 = -M$

At: $x = 0$

$C_2 = \text{Moment} = -M$

$EI y' = -0.5 w x^2 - M$ (1)

$EI y' = -\frac{wx^3}{6} + 0.5 R_L x^2 - M_L x + C_3$

At: $x = 0$

$C_3 = \text{Slope}$

$EI y = -\frac{wx^4}{24} + \frac{R_L x^3}{6} - \frac{M_L x^2}{2} + C_3 x + C_4$

At: $x = 0$

$y = \text{Deflection} = 0, C_4 = 0$

$EI y = -\frac{wx^4}{24} + \frac{R_L x^3}{6} - \frac{M_L x^2}{2} + C_3 x$ (2)

At: $x = L$

$y = \text{Deflection} = 0$

Then from equation (2):

$0 = -\frac{wL^4}{24} + \frac{R_L L^3}{6} - \frac{M_L L^2}{2} + C_3 L$ (3)

يمكن حساب الثابت C_3 من العلاقة (3):

$C_3 = \frac{wL^3}{24} - \frac{R_L L^2}{6} + \frac{M_L L}{2}$

وهكذا فإن علاقة السهم (2) تصبح على النحو الآتي:

$EI y = \frac{wx}{24} [L^3 - x^3] - \frac{R_L x}{6} [L^2 - x^2] + \frac{M_L x}{2} [L - x]$ (4)

لأجل الجائز البسيط:

$$R_L = 0.5 wL, \quad M_L = 0$$

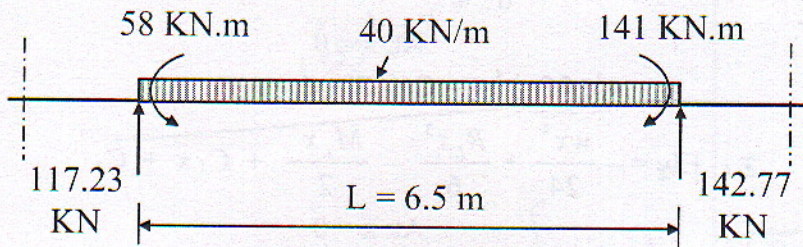
$$\text{At: } x = 0.5 L$$

$$EIy = \frac{5}{384} wL^4$$

المثال (3-4) :

المطلوب حساب السهم لأحد الجيزان المستمرة المبين في الشكل (3-22) .

حيث : $EI = 31.22 \text{ MN.m}^2$



الشكل (3-22) جازر مستمر

الحل :

يتم إتباع الخطوات التالية لحساب السهم في هذه الحالة :

$$EIy^{iv} = -w = -40$$

$$EIy''' = -40x + C_1 = EI V$$

$$\text{At: } x = 0$$

$$C_1 = \text{Reaction} = 117.23 \text{ kN}$$

$$EIy''' = -40x + 117.23$$

$$EIy'' = -20x^2 + 117.23x + C_2 = M = -58$$

$$\text{At: } x = 0$$

$$C_2 = \text{Moment} = -58$$

$$EIy'' = -20x^2 + 117.23x - 58$$

(1)

$$EIy' = -\frac{20}{3}x^3 + \frac{117.23}{2}x^2 - 58x + C_3$$

$$\text{At: } x = 0$$

$$C_3 = \text{Slope}$$

$$EIy = -\frac{20}{12}x^4 + \frac{117.23}{6}x^3 - 29x^2 + C_3x + C_4$$

$$\text{At: } x = 0$$

$$y = \text{Deflection} = 0, C_4 = 0$$

$$EIy = -\frac{20}{12}x^4 + \frac{117.23}{6}x^3 - 29x^2 + C_3x \quad (2)$$

$$\text{At: } x = L$$

$$y = \text{Deflection} = 0$$

Then, from equation (2):

$$C_3 = \frac{20}{12}L^3 - \frac{117.23}{6}L^2 + 29L \quad (3)$$

يمكن حساب الثابت C_3 من العلاقة (3) من أجل الطول : $L = 6.5 \text{ m}$

$$C_3 = -179.29$$

وهكذا فإن علاقة السهم (2) تصبح على النحو الآتي :

$$y = \frac{1}{EI} \left\{ -\frac{20}{12}x^4 + \frac{117.23}{6}x^3 - 29x^2 - 179.29x \right\} \quad (4)$$

ويكون موقع السهم الأعظم عند مكان العزم الأعظم (مكان انعدام الجهد القاطع)

أو :

$$EIy''' = -40x + 117.23, \quad x = 2.93 \text{ m}$$

ييعوض قيمة $x = 2.93 \text{ m}$ في العلاقة (4) يتم الحصول على السهم الأعظم أو :

$$y = \frac{1}{EI} (-405.65) (10)^{-3}$$

$$\text{For: } EI = 31.22 \text{ MN.m}^2, \quad y_{\max} = 12.86 \text{ mm}$$

مساحة
4000
المساحة
المطلوب

د ارتفاع، نصف القطر، الفولاذي، المساحة
D ارتفاع، نصف القطر، الفولاذي، المساحة

$$n = 15 \quad (1)$$

$$d = 8 \sqrt{\frac{M}{b}} \quad (2)$$

$$\frac{L}{8} \rightarrow \frac{L}{10} \quad (3)$$

هذه الفرضيات لن تكون جعلتنا نرى من حساب المساحة
جعلتنا صنفاء في تكسيم مساحة المساحة المساحة
صنف